

L 1

数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 5 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用紙に志望学科と受験番号を記入してください。また、解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し、さらに受験番号と志望学科をマークしてください。
- (3) 解答は、所定の解答用紙に記入したもの及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは、絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(H BまたはB)を使用してください。指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は、消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえで、新たにマークしてください。
 - ④ 解答欄のマークは、横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
 - ⑤ 解答用マークシート上部に記載されている解答上の注意事項を、必ず読んでから解答してください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。
ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

以下の問題 1, 2, 3, 4 において, 内のカタカナの1文字にあてはまる0から9までの数字を求めて, 解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。ただし, 分数は既約分数で表しなさい。なお, ア のようなカタカナ1文字は1桁^{けた}の数を表し, アイ のようなカタカナ2文字, アイウ のようなカタカナ3文字はそれぞれ2桁, 3桁の数を表すものとします。

1 (15点)

数列 $\{a_n\}$ を初項 $5 \log_2 3$, 公差 $-\frac{1}{2} \log_2 3 - \frac{1}{2}$ の等差数列とする。このとき,

(1)

$$a_{10} = \frac{\text{ア}}{\text{イ}} \log_2 3 - \frac{\text{ウ}}{\text{エ}}, \quad a_{11} = -\text{オ}$$

である。

(2) 数列 $\{b_n\}$ を

$$b_n = 2^{a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と定めると, これは初項 カキク, 公比 $\frac{\sqrt{\text{ケ}}}{\text{コ}}$ の等比数列となる。

(3) 数列 $\{a_n\}$ はある n より先は負となる。 a_n が負となる最初の n は サ である。

右のページは白紙です。

2 (15 点)

原点を O とする座標空間内に 2 点 $A(3, -2, 1)$, $B(1, 2, 5)$ を定め, t を実数として, z 軸上を動く点 $P(0, 0, t)$ をとる。

(1) 線分 AB の長さは $\boxed{\text{ア}}$ である。

(2) 線分 AP の長さと線分 BP の長さが等しくなるのは $t = \boxed{\text{イ}}$ のときである。

(3) $\angle APB$ が直角となるのは $t = \boxed{\text{ウ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ のときである。

(4) $\triangle ABP$ の面積が最小となるのは $t = \frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ のときである。

右のページは白紙です。

3 (15 点)

- (1) 関数 $f(x) = \frac{1}{5} \sin x + 1$ のとり得る値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \leq f(x) \leq \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

- (2) 関数 $g(x) = \frac{1}{3} \sin x - \frac{1}{4} \cos x + 1$ を考える。 $g(x)$ のとり得る値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}} \leq g(x) \leq \frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$$

である。

また, $g(\alpha) = 1$ となる実数 α をとると

$$\tan \alpha = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

となる。

- (3) 関数 $h(x) = \sin^2 x + \frac{1}{2} \sin x \cos x - \frac{1}{3} \cos^2 x + 1$ のとり得る値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{セソ}} - \sqrt{\boxed{\text{タチ}}}}{\boxed{\text{ツテ}}} \leq h(x) \leq \frac{\boxed{\text{トナ}} + \sqrt{\boxed{\text{ニヌ}}}}{\boxed{\text{ネノ}}}$$

である。

右のページは白紙です。

4 (15 点)

関数 $F(x)$, $G(x)$, $H(x)$ を

$$F(x) = \int_0^1 \left(\frac{x}{3} - t \right) e^{-2t} dt \quad (x > 0)$$

$$G(x) = \int_0^x \left(\frac{x}{3} - t \right) e^{-2t} dt \quad (x > 0)$$

$$H(x) = \int_0^x \left| \frac{x}{3} - t \right| e^{-2t} dt \quad (x > 0)$$

と定める。ここで、 e は自然対数の底である。

$F(x)$, $G(x)$, $H(x)$ は次のように書き表される。

$$F(x) = \left(\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} - \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} e^{-\boxed{\text{オ}}} \right) x + \left(-\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} + \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} e^{-\boxed{\text{コ}}} \right)$$

$$G(x) = \left(\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} x + \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \right) e^{-\boxed{\text{ソ}}} x + \left(\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} x - \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} \right)$$

$$H(x) = - \left(\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} x + \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}} \right) e^{-\boxed{\text{ネ}}} x + \frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}} e^{-\frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}} x} + \left(\frac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}} x - \frac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}} \right)$$

右のページは白紙です。

問題 **5** の解答は解答用紙に記入しなさい。答だけでなく答を導く過程も記入しなさい。

5 (40 点)

x を 2 より小さい実数として、関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \frac{4x - 7}{x - 2} \quad (x < 2)$$

と定め、座標平面上で曲線 $y = f(x)$ を考える。

- (1) 曲線 $y = f(x)$ のグラフの概形を座標平面上に描け。
- (2) 点 $(\frac{5}{4}, f(\frac{5}{4}))$ における曲線 $y = f(x)$ の接線の方程式を求めよ。
- (3) 直線 $5x - 2y = a$ が曲線 $y = f(x)$ の法線となるときの実数 a の値を求めよ。
- (4) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸, y 軸で囲まれた図形の面積 S を求めよ。
- (5) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸, y 軸で囲まれた図形を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積 V を求めよ。