

【解答】

(1)	ア	イ	ウ	エ	オ							
	1	5	1	8	0							
(2)	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ	ソ	タ	チ
	2	3	0	2	3	3	2	2	7	3	4	3
	ツ	テ	ト	ナ	ニ	ヌ	ネ	ノ	ハ	ヒ		
	4	3	3	0	1	3	3	4	9	3		
(3)	フ	ヘ	ホ	マ	ミ	ム	メ	モ	ヤ	ユ	ヨ	
	1	6	5	6	5	1	7	6	5	3	1	

【解説】

(1)

(2)

【解説】

(1)

(a)

緑の面が隣り合わないとき、4色の塗り方は、回転して同じになる塗り方に注意すると、

$$\frac{4!}{4 \cdot 2} = 3 \text{ (通り)}$$

である。緑の面が隣り合うときは、緑の面と2辺で接する面を4色から2色選び、残りの2色の塗り方で2通りあるので

$${}_4C_2 \cdot 2 = 12 \text{ (通り)}$$

である。以上より、求める場合の数は

$$3 + 12 = 15 \text{ (通り)}$$

である。

(b)

各面を区別し、さらに回転することで一致するものを区別して考えると、色の塗り方は6!通りある。また、回転することで、一致する色の塗り方は、1つの塗り方に対して4通りあるので、求める場合の数は

$$\frac{6!}{4} = 180 \text{ (通り)}$$

である。

(2)

(a)

実数 k を用いて、 A' は

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OA'} &= \overrightarrow{OP} + k\overrightarrow{PA'} \\ &= \overrightarrow{OP} + k\overrightarrow{PA} \\ &= (2k, 0, 2-2k)\end{aligned}$$

と表される。 A' の z 座標は $z = \frac{4}{3}$ より

$$2-2k = \frac{4}{3}$$
$$\therefore k = \frac{1}{3}$$

となり、 $A'\left(\frac{2}{3}, 0, \frac{4}{3}\right)$ がわかる。同様にして、実数 l, m を用いて

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OB'} &= \overrightarrow{OP} + l\overrightarrow{PB} \\ &= (-l, \sqrt{3}l, 2-2l)\end{aligned}$$
$$\begin{aligned}\overrightarrow{OC'} &= \overrightarrow{OP} + m\overrightarrow{PC} \\ &= (-m, \sqrt{3}m, 2-2m)\end{aligned}$$

となるので、

$$l = m = \frac{1}{3}$$

より、 $B'\left(-\frac{1}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{4}{3}\right), C'\left(-\frac{1}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{4}{3}\right)$ がわかる。これより

$$A'B' = \sqrt{1^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 + 0^2} = \frac{2}{3}\sqrt{3}$$

である。

(b)

P と $z = \frac{3}{4}$ 平面の距離は

$$2 - \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$

である。また、 $\triangle A'B'C'$ は $z = \frac{3}{4}$ 平面上にある正三角形なので、

$$\triangle A'B'C' = \frac{1}{2} A'B' \cdot A'B' \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

となり、求める体積は

$$\triangle A'B'C' \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{27}\sqrt{3}$$

である。

(c)

実数 s, t, u を用いて

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OD'} &= s\overrightarrow{OD} \\ \overrightarrow{OE'} &= t\overrightarrow{OE} \\ \overrightarrow{OF'} &= u\overrightarrow{OF}\end{aligned}$$

と表すことができる。線分 $F'E'$ の中点を M とすると

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OM} &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{OE'} + \overrightarrow{OF'}) \\ &= \frac{1}{2}(t+u, -\sqrt{3}t + \sqrt{3}u, 2t+2u)\end{aligned}$$

表せる。また、 M は線分 PA 上にあるので実数 v を用いて

$$\overrightarrow{OM} = (2v, 0, 2-2v)$$

となる。この2式の成分を比較して

$$\begin{cases} \frac{1}{2}(t+u) = 2v \\ \frac{1}{2}(-\sqrt{3}t + \sqrt{3}u) = 0 \\ \frac{1}{2}(2t+2u) = 2-2v \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow t = u = \frac{2}{3}, v = \frac{1}{3}$$

が得られる。したがって、

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OE'} &= \left(\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}\sqrt{3}, \frac{4}{3}\right) \\ \overrightarrow{OF'} &= \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\sqrt{3}, \frac{4}{3}\right)\end{aligned}$$

となり、 $z = \frac{4}{3}$ がわかる。また、 $z = \frac{4}{3}$ より $s = \frac{2}{3}$ がわかり

$$D'E' = E'F' = F'D' = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

となる。

(d)

実数 a, b, c, d を用いると、(a), (c) と同様に

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OQ} &= (2a, 0, 2-2a) \\ \overrightarrow{OR} &= (-b, \sqrt{3}b, 2-2b) \\ \overrightarrow{OS} &= (c, \sqrt{3}c, 2c) \\ \overrightarrow{OT} &= (-2d, 0, 2d)\end{aligned}$$

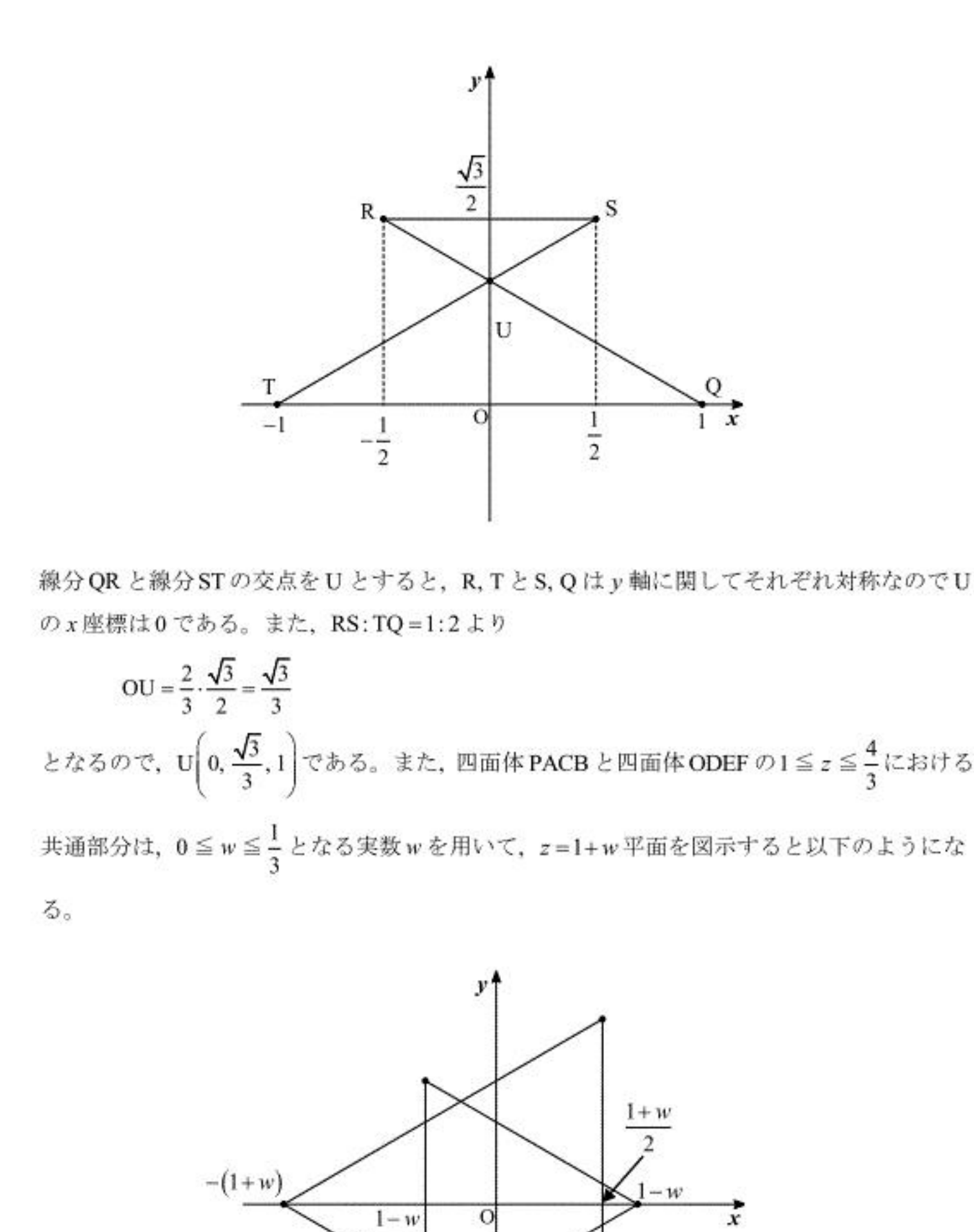
と置くことができる。 $z=1$ を解くとそれぞれ

$$a = b = c = d = \frac{1}{2}$$

となり、

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OQ} &= (1, 0, 1) \\ \overrightarrow{OR} &= \left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 1\right) \\ \overrightarrow{OS} &= \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 1\right) \\ \overrightarrow{OT} &= (-1, 0, 1)\end{aligned}$$

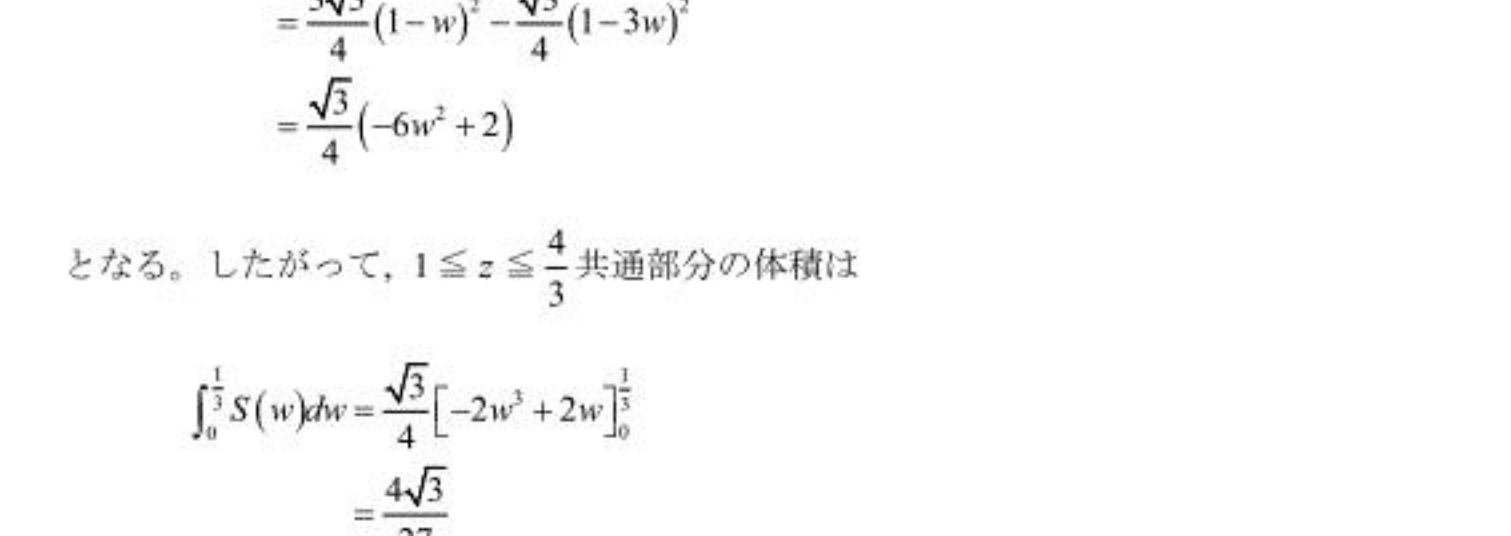
とわかる。これを $z=1$ 平面上に図示すると以下のようになる。



線分 QR と線分 ST の交点を U とすると、 R, T と S, Q は y 軸に関してそれぞれ対称なので U の x 座標は 0 である。また、 $RS:TQ=1:2$ より

$$OU = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

となるので、 $U\left(0, \frac{\sqrt{3}}{3}, 1\right)$ である。また、四面体 $PACB$ と四面体 $ODEF$ の $1 \leq z \leq \frac{4}{3}$ における共通部分は、 $0 \leq w \leq \frac{1}{3}$ となる実数 w を用いて、 $z=1+w$ 平面を図示すると以下のようになる。



これより、共通部分の $z=1+w$ での断面積を $S(w)$ とすると

$$\begin{aligned}S(w) &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{3}{2}(1-w) \right\}^2 \sin 60^\circ - 3 \cdot \frac{1}{2} \left\{ \frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{1-3w}{2} \right\}^2 \sin 60^\circ \\ &= \frac{3\sqrt{3}}{4} (1-w)^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} (1-3w)^2 \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} (-6w^2 + 2)\end{aligned}$$

となる。したがって、 $1 \leq z \leq \frac{4}{3}$ 共通部分の体積は

$$\begin{aligned}\int_0^{\frac{1}{3}} S(w) dw &= \frac{\sqrt{3}}{4} \left[-2w^3 + 2w \right]_0^{\frac{1}{3}} \\ &= \frac{4\sqrt{3}}{27}\end{aligned}$$

となる。一方、 $z > \frac{4}{3}$ での共通部分は(b)で求めたものと等しくなるので $\frac{2}{27}\sqrt{3}$ である。この立体は $z=1, x=0$ を満たす直線を軸に 180° 回転させたものなので、求める体積は

$$2 \left(\frac{4\sqrt{3}}{27} + \frac{2\sqrt{3}}{27} \right) = \frac{4}{9}\sqrt{3}$$

である。

(3)

(a)

$a = 2\sqrt{3} + 3$ のとき 2 つの曲線の共有点の x 座標は

$$\begin{aligned}2\sin x + 3 &= 2\sqrt{3} + 3 - 2\cos(x-t) \\ \Leftrightarrow \sin x + \cos(x-t) &= \sqrt{3} \\ \Leftrightarrow \sin x + \cos x \cos t + \sin x \sin t &= \sqrt{3} \\ \Leftrightarrow (1 + \sin t) \sin x + \cos t \cos x &= \sqrt{3} \\ \Leftrightarrow \sqrt{(1 + \sin t)^2 + \cos^2 t} \sin(x + \alpha) &= \sqrt{3}\end{aligned}$$

を満たす。ただし、 α は $\cos \alpha = \frac{1 + \sin t}{\sqrt{(1 + \sin t)^2 + \cos^2 t}}, \sin \alpha = \frac{\cos t}{\sqrt{(1 + \sin t)^2 + \cos^2 t}}$ となる角である。

これより、 x が実数解を持つのは

$$\sqrt{(1 + \sin t)^2 + \cos^2 t} \geq \sqrt{3}$$

のときであり、両辺はともに正であるから、両辺を2乗して

$$\sin^2 t + 2\sin t + 1 + \cos^2 t \geq 3$$
$$\Leftrightarrow \sin t \geq \frac{1}{2}$$
$$\therefore \frac{1}{6}\pi \leq t \leq \frac{5}{6}\pi$$

となる。

(b)

$t = \frac{7\pi}{6}$ のとき、2 つの曲線の共有点の x 座標は

$$\begin{aligned}2\sin x + 3 &= a - 2\cos\left(x - \frac{7\pi}{6}\right) \\ \Leftrightarrow 2\sin x + 3 &= a + \sqrt{3}\cos x + \sin x \\ \Leftrightarrow 2\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) &= a - 3\end{aligned}$$

を満たす。ここで、曲線 $y = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ と直線 $y = a - 3$ の共有点の x 座標は、 C_1, C_2 の x 座標に等しいので、これを図示すると以下のようになる。

この図より、 $a > 3$ で $\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{7\pi}{2}$ の範囲で共有点が一つだけであるのは

$$a - 3 = 2$$
$$\therefore a = 5$$

のときであり、このとき $\theta = \frac{17}{6}\pi$ である。したがって、求める面積は

$$\begin{aligned}\int_{\frac{7\pi}{2}}^{\frac{17\pi}{6}} \left(2\sin x + 3 \right) - \left\{ 5 - 2\cos\left(x - \frac{7\pi}{6}\right) \right\} dx &= \int_{\frac{7\pi}{2}}^{\frac{17\pi}{6}} \left\{ 2 - 2\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \right\} dx \\ &= \left[2x + 2\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \right]_{\frac{7\pi}{2}}^{\frac{17\pi}{6}} \\ &= \frac{5}{3}\pi - 1\end{aligned}$$

と求まる。

2

(1)

$$f'(x) = \frac{e^{ax} - e^{-ax}}{2}$$

より、求める曲線の $0 \leq k \leq t$ の部分の長さ s は、

$$\begin{aligned} s &= \int_0^t \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx \\ &= \int_0^t \sqrt{1 + \left(\frac{e^{ax} - e^{-ax}}{2}\right)^2} dx \\ &= \int_0^t \sqrt{\left(\frac{e^{ax} + e^{-ax}}{2}\right)^2} dx \\ &= \left[\frac{e^{ax} - e^{-ax}}{2a} \right]_0^t \\ &= \frac{e^{at} - e^{-at}}{2a} \end{aligned}$$

と t と a によって表せる。

$$(\text{答}) \quad s = \frac{e^{at} - e^{-at}}{2a}$$

(2)

(1)の結果より $g(t) = \frac{e^{at} - e^{-at}}{2a}$ と表せる。 $g(t)$ の逆関数 $u(s)$ を求めると、

$$\begin{aligned} s &= \frac{e^{at} - e^{-at}}{2a} \\ \Leftrightarrow e^{2at} - 2ase^{at} - 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow e^{at} &= as + \sqrt{a^2 s^2 + 1} \quad (\because e^{at} > 0) \\ \Leftrightarrow t &= \frac{\log(as + \sqrt{a^2 s^2 + 1})}{a} \end{aligned}$$

と表せる。よって $u(s) = \frac{\log(as + \sqrt{a^2 s^2 + 1})}{a}$ である。

$$(\text{答}) \quad u(s) = \frac{\log(as + \sqrt{a^2 s^2 + 1})}{a}$$

(3)

$f(x) = \frac{e^{ax} + e^{-ax}}{2a}$ に $x = u(s)$ を代入することで、

$$\begin{aligned} v(s) &= \frac{e^{a u(s)} + e^{-a u(s)}}{2a} \\ &= \frac{as + \sqrt{a^2 s^2 + 1} + \frac{1}{as + \sqrt{a^2 s^2 + 1}}}{2a} \\ &= \frac{as + \sqrt{a^2 s^2 + 1} + \frac{as - \sqrt{a^2 s^2 + 1}}{(as + \sqrt{a^2 s^2 + 1})(as - \sqrt{a^2 s^2 + 1})}}{2a} \\ &= \frac{\sqrt{a^2 s^2 + 1}}{a} \end{aligned}$$

と計算できる。

$$(\text{答}) \quad v(s) = \frac{\sqrt{a^2 s^2 + 1}}{a}$$

(4)

$h(s)$ に (2), および (3) の結果を代入することで、

$$\begin{aligned} h(s) &= \frac{d}{ds} u(s) \cdot \frac{d^2}{ds^2} v(s) - \frac{d^2}{ds^2} u(s) \cdot \frac{d}{ds} v(s) \\ &= \left\{ \frac{1}{a} \cdot \frac{a + \frac{2a^2 s}{2\sqrt{a^2 s^2 + 1}}}{as + \sqrt{a^2 s^2 + 1}} \right\} \cdot \frac{d}{ds} \left(\frac{as}{\sqrt{a^2 s^2 + 1}} \right) - \frac{d}{ds} \left\{ \frac{1}{a} \cdot \frac{a + \frac{2a^2 s}{2\sqrt{a^2 s^2 + 1}}}{as + \sqrt{a^2 s^2 + 1}} \right\} \cdot \left(\frac{as}{\sqrt{a^2 s^2 + 1}} \right) \\ &= \left(\frac{1}{\sqrt{a^2 s^2 + 1}} \right) \cdot \frac{d}{ds} \left(\frac{as}{\sqrt{a^2 s^2 + 1}} \right) - \frac{d}{ds} \left(\frac{1}{\sqrt{a^2 s^2 + 1}} \right) \cdot \left(\frac{as}{\sqrt{a^2 s^2 + 1}} \right) \\ &= \left(\frac{1}{\sqrt{a^2 s^2 + 1}} \right) \cdot \left(\frac{a}{(a^2 s^2 + 1)^{\frac{3}{2}}} \right) - \left\{ \frac{-a^2 s}{(a^2 s^2 + 1)^{\frac{3}{2}}} \right\} \cdot \left(\frac{as}{\sqrt{a^2 s^2 + 1}} \right) \\ &= \frac{a + a^3 s^2}{(a^2 s^2 + 1)^2} \\ &= \frac{a}{a^2 s^2 + 1} \end{aligned}$$

と求められる。

$$(\text{答}) \quad h(s) = \frac{a}{a^2 s^2 + 1}$$

(5)

点 $P(u(s), v(s))$ における C の接線 ℓ の傾きは、

$$\frac{\frac{dv(s)}{ds}}{\frac{du(s)}{ds}} = \frac{\frac{as}{\sqrt{a^2 s^2 + 1}}}{\frac{1}{\sqrt{a^2 s^2 + 1}}} = as$$

と表せる。よって点 $Q(x(s), y(s))$ が接線 ℓ 上にあることより、

$$\{v(s) - y(s)\} = as \{u(s) - x(s)\}$$

が成り立ち、また

$$\sqrt{\{u(s) - x(s)\}^2 + \{v(s) - y(s)\}^2} = s$$

であるから、

$$\begin{aligned} \sqrt{\left(1 + \frac{1}{a^2 s^2}\right) \{v(s) - y(s)\}^2} &= s \\ \Leftrightarrow v(s) - y(s) &= \frac{as^2}{\sqrt{a^2 s^2 + 1}} \quad (\because v(s) > y(s)) \\ \Leftrightarrow y(s) &= v(s) - \frac{as^2}{\sqrt{a^2 s^2 + 1}} \\ \therefore y(s) &= \frac{\sqrt{a^2 s^2 + 1}}{a} - \frac{as^2}{\sqrt{a^2 s^2 + 1}} = \frac{1}{a\sqrt{a^2 s^2 + 1}} \end{aligned}$$

と表せる。

$$(\text{答}) \quad y(s) = \frac{1}{a\sqrt{a^2 s^2 + 1}}$$

(6)

$\lim_{s \rightarrow +0} h(s) = \lim_{s \rightarrow +0} \frac{1}{\{y(s)\}^2}$ に $h(s) = \frac{a}{a^2 s^2 + 1}$, $y(s) = \frac{1}{a\sqrt{a^2 s^2 + 1}}$ を代入することで、

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow +0} h(s) &= \lim_{s \rightarrow +0} \frac{1}{\{y(s)\}^2} \\ \Leftrightarrow \lim_{s \rightarrow +0} \frac{a}{a^2 s^2 + 1} &= \lim_{s \rightarrow +0} a^2 (a^2 s^2 + 1) \\ \Leftrightarrow a &= a^2 \\ \Leftrightarrow a &= 1 \end{aligned}$$

と a の値が求められる。

(答) 1

3

(1)

曲線 C_1 を表す式 $y = \frac{1}{2}x^2$ を微分すると

$$y' = x$$

となるから、この曲線上の点 (x_1, y_1) における接線の方程式は

$$y = x_1(x - x_1) + \frac{1}{2}x_1^2 \Leftrightarrow y = x_1x - \frac{1}{2}x_1^2$$

と求まる。

$$\text{(答)} \quad y = x_1x - \frac{1}{2}x_1^2$$

(2)

曲線 C_2 を表す式 $y = 18\sqrt{x} - \frac{63}{2}$ を微分すると

$$y' = \frac{9}{\sqrt{x}}$$

となるから、この曲線上の点 (x_2, y_2) における接線の方程式は

$$y = \frac{9}{\sqrt{x_2}}(x - x_2) + 18\sqrt{x_2} - \frac{63}{2} \Leftrightarrow y = \frac{9}{\sqrt{x_2}}x + 9\sqrt{x_2} - \frac{63}{2}$$

と求まる。

$$\text{(答)} \quad y = \frac{9}{\sqrt{x_2}}x + 9\sqrt{x_2} - \frac{63}{2}$$

(3)

(1), (2)の結果より、それぞれの接線の式が一致する場合を考えればよく、このとき

$$\begin{cases} x_1 = \frac{9}{\sqrt{x_2}} & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ -\frac{1}{2}x_1^2 = 9\sqrt{x_2} - \frac{63}{2} & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

となるが、①を変形すると

$$x_1\sqrt{x_2} = 9$$

となり、このとき②を変形すると、 $x_2 > 0$ より

$$\begin{aligned} x_1^2x_2 + 18\sqrt{x_2}x_2 - 63x_2 &= 0 \\ \Leftrightarrow 2(\sqrt{x_2})^3 - 7(\sqrt{x_2})^2 + 9 &= 0 \\ \Leftrightarrow (\sqrt{x_2} + 1)(2\sqrt{x_2} - 3)(\sqrt{x_2} - 3) &= 0 \\ \Leftrightarrow \sqrt{x_2} = \frac{3}{2}, 3 \\ \Leftrightarrow x_2 = \frac{9}{4}, 9 \end{aligned}$$

となるから、 $(x_1, x_2) = \left(6, \frac{9}{4}\right), (3, 9)$ と求まる。したがって、2 直線 ℓ_1, ℓ_2 の方程式は

$$\ell_1, \ell_2 : y = 6x - 18, y = 3x - \frac{9}{2}$$

であることがわかる。

$$\text{(答)} \quad \ell_1, \ell_2 : y = 6x - 18, y = 3x - \frac{9}{2} \quad (\text{順不同})$$

(4)

曲線 C_3 を表す式 $y = -18\sqrt{x} - \frac{63}{2}$ を微分すると

$$y' = -\frac{9}{\sqrt{x}}$$

となるから、この曲線上の点 (x_3, y_3) における接線の方程式は

$$y = -\frac{9}{\sqrt{x_3}}(x - x_3) - 18\sqrt{x_3} - \frac{63}{2} \Leftrightarrow y = -\frac{9}{\sqrt{x_3}}x - 9\sqrt{x_3} - \frac{63}{2}$$

と求まる。この接線と(1)で求めた接線が一致する場合を考えればよく、このとき

$$\begin{cases} x_1 = -\frac{9}{\sqrt{x_3}} & \cdots \cdots \textcircled{3} \\ -\frac{1}{2}x_1^2 = -9\sqrt{x_3} - \frac{63}{2} & \cdots \cdots \textcircled{4} \end{cases}$$

となるが、③を変形すると

$$x_1\sqrt{x_3} = -9$$

となり、このとき④を変形すると、 $x_3 > 0$ より

$$\begin{aligned} x_1^2x_3 - 18\sqrt{x_3}x_3 - 63x_3 &= 0 \\ \Leftrightarrow 2(\sqrt{x_3})^3 + 7(\sqrt{x_3})^2 - 9 &= 0 \\ \Leftrightarrow (\sqrt{x_3} - 1)\{2(\sqrt{x_3})^2 + 9\sqrt{x_3} + 9\} &= 0 \\ \Leftrightarrow \sqrt{x_3} = 1 \\ \Leftrightarrow x_3 = 1 \end{aligned}$$

となるから、 $(x_1, x_3) = (-9, 1)$ と求まる。したがって、直線 ℓ_3 の方程式は

$$\ell_3 : y = -9x - \frac{81}{2}$$

であることがわかる。

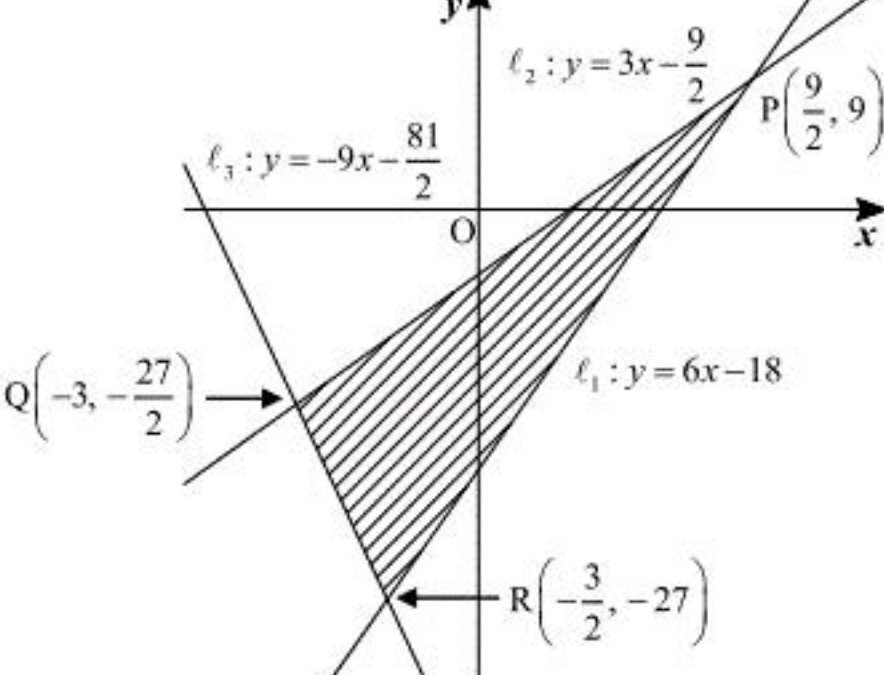
$$\text{(答)} \quad \ell_3 : y = -9x - \frac{81}{2}$$

(5)

直線 ℓ_1 と ℓ_2 、 ℓ_2 と ℓ_3 、 ℓ_3 と ℓ_1 の交点をそれぞれ P, Q, R とする。これらの点の座標を求めると

$$\begin{cases} y = 6x - 18 \\ y = 3x - \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow (x, y) = \left(\frac{9}{2}, 9\right)$$
$$\begin{cases} y = 3x - \frac{9}{2} \\ y = -9x - \frac{81}{2} \end{cases} \Leftrightarrow (x, y) = \left(-3, -\frac{27}{2}\right)$$
$$\begin{cases} y = -9x - \frac{81}{2} \\ y = 6x - 18 \end{cases} \Leftrightarrow (x, y) = \left(-\frac{3}{2}, -27\right)$$

となるから、3 直線 ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 の位置関係は以下の図のようになる。



ここで、 $\overline{RP} = (6, 36)$ 、 $\overline{RQ} = \left(-\frac{3}{2}, \frac{27}{2}\right)$ であるから、求める面積は

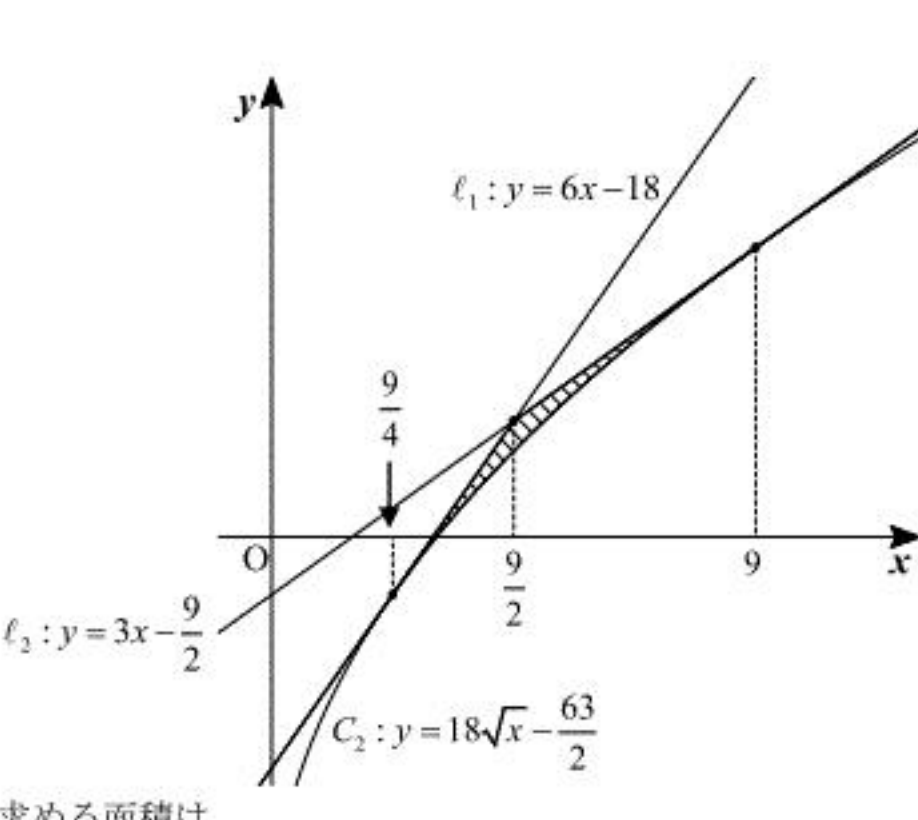
$$\frac{1}{2} \left| 6 \cdot \frac{27}{2} - 36 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) \right| = \frac{135}{2}$$

となる。

$$\text{(答)} \quad \frac{135}{2}$$

(6)

2 直線 ℓ_1, ℓ_2 および曲線 C_2 によって囲まれる部分は、以下の図の斜線部のようになる。



よって、求める面積は

$$\begin{aligned} &\int_{\frac{9}{4}}^{\frac{9}{2}} \left\{ (6x - 8) - \left(18\sqrt{x} - \frac{63}{2} \right) \right\} dx + \int_{\frac{9}{2}}^9 \left\{ \left(3x - \frac{9}{2} \right) - \left(18\sqrt{x} - \frac{63}{2} \right) \right\} dx \\ &= \int_{\frac{9}{4}}^{\frac{9}{2}} \left(6x - 18\sqrt{x} + \frac{27}{2} \right) dx + \int_{\frac{9}{2}}^9 (3x - 18\sqrt{x} + 27) dx \\ &= \left[3x^2 - 12x^{\frac{3}{2}} + \frac{27}{2}x \right]_{\frac{9}{4}}^{\frac{9}{2}} + \left[\frac{3}{2}x^2 - 12x^{\frac{3}{2}} + 27x \right]_{\frac{9}{2}}^9 \\ &= \left\{ \left(\frac{243}{4} - 12 \left(\frac{9}{2} \right)^{\frac{3}{2}} + \frac{243}{4} \right) - \left(\frac{243}{16} - 12 \left(\frac{9}{4} \right)^{\frac{3}{2}} + \frac{243}{8} \right) \right\} \\ &\quad + \left\{ \left(\frac{243}{2} - 12 \cdot 27 + 27 \cdot 9 \right) - \left(\frac{243}{8} - 12 \left(\frac{9}{2} \right)^{\frac{3}{2}} + \frac{243}{2} \right) \right\} \\ &= \frac{81}{16} \end{aligned}$$

となる。

$$\text{(答)} \quad \frac{81}{16}$$