平成28年度　　〔試験時間　80分〕

C 2　数　学

この冊子は，数学の問題で1ページより3ページまであります。

〔注　意〕

(1) 試験開始の指示があるまで，この冊子を開いてはいけません。

(2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら，解答用紙に志望学科と受験番号を記入してください。また，解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し，さらに受験番号と志望学科をマークしてください。

(3) 解答は，所定の解答用紙に記入したもの及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。

(4) 解答用マークシートについて

① 解答用マークシートは，絶対に折り曲げてはいけません。

② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用してください。指定の黒鉛筆以外でマークした場合，採点できないことがあります。

③ 誤ってマークした場合は，消しゴムで丁寧に消し，消しくずを完全に取り除いたうえ，新たにマークしてください。

④ 解答欄のマークは，横1行について1箇所に限ります。2箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので，はっきりマークしてください。

⑤ 解答用マークシート上部に記載されている解答上の注意事項を，必ず読んでから解答してください。

(5) 試験開始の指示があったら，初めに問題冊子のページ数を確認してください。
ページの落丁・乱丁，印刷不鮮明等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。

(6) 問題冊子は，試験終了後，持ち帰ってください。

問題 $\boxed{1}$ の解答は**解答用マークシート**にマークせよ。

$\boxed{1}$ 次の $\boxed{ア}$ から $\boxed{チ}$ において，$\boxed{}$ 内のカタカナにあてはまる 0 から 9 までの数字を求め，その数を**解答用マークシート**にマークせよ。ただし，$\boxed{}$ は 1 桁の数，$\boxed{\,\vdots\,}$ は 2 桁の数，$\boxed{\,\vdots\,\,\vdots\,}$ は 3 桁の数を表す。

(50 点)

0 から 3 までの整数を表す数字の集合 $S=\{0,1,2,3\}$ の 3 つの部分集合 A, B, C が $0 \in A \cap B \cap C$ をみたすように与えられているとする。これらの集合 A, B, C を使って，各桁の数字が 0, 1, 2, 3 のいずれかであるような整数に関する以下の 3 つの条件 (P) を定める。

(P)
- 少なくとも 2 つの桁をもち，最上位の桁の数字は 1 である。
- もし，1 の位の桁以外のある桁の数字が 0 であれば，その桁の右側にあるすべての桁の数字も 0 である。
- 1 の位以外の桁の数字が 1 であればその右隣の桁の数字は集合 A に属し，2 であればその右隣の桁の数字は集合 B に属し，3 であればその右隣の桁の数字は集合 C に属する。

例えば，S の 3 つの部分集合として $A=\{0,2\}, B=\{0,3\}, C=\{0,1\}$ が与えられている場合，整数 12300 については，最上位の桁の数字は 1 であり，その右隣の桁の数字は 2 であり，さらにそれ以下の桁の数字は左から順に 3, 0, 0 であるため，12300 は (P) の 3 つの条件をすべてみたす 5 桁の整数である。整数 12312 も (P) の 3 つの条件をすべてみたす 5 桁の整数である。

(1) $A=\{0,1,3\}, B=\{0,1\}, C=\{0,3\}$ であるとき，(P) の 3 つの条件をすべてみたす n 桁の整数のうち，1 の位の数字が 0 でないものの個数を a_n とすると，$a_2=\boxed{ア}$，$a_3=\boxed{イ}$，$a_4=\boxed{ウ}$，$a_5=\boxed{エ}$ である。また，$\displaystyle\sum_{n=2}^{28} a_n=\boxed{オカキ}$ である。

(2) $A=\{0,1,2\}, B=\{0\}, C=\{0,1\}$ であるとき，(P) の 3 つの条件をすべてみたす n 桁の整数のうち，1 の位の数字が 0 でないものの個数を b_n とすると，$b_3=\boxed{ク}$，

$b_4 = \boxed{ケ}$, $b_5 = \boxed{コ}$ である。

(3) $A = \{0, 2, 3\}$, $B = \{0, 1\}$, $C = \{0, 1\}$ であるとき，(P) の 3 つの条件をすべてみたす n 桁の整数のうち，1 の位の数字が 0 でないものの個数を c_n とすると，$c_4 = \boxed{サ}$，$c_5 = \boxed{シ}$ である。また，$c_n > 2016$ をみたす 2 以上の自然数 n のうち最小のものは $\boxed{スセ}$ である。

(4) (P) の 3 つの条件をすべてみたす 2 桁の整数が 10 だけになるように S の 3 つの部分集合 A, B, C を与える方法は，全部で $\boxed{ソタ}$ 通りある。

(5) (P) の 3 つの条件をすべてみたす 3 桁の整数が 100, 120, 130 の 3 つだけになるように S の 3 つの部分集合 A, B, C を与える方法は，全部で $\boxed{チ}$ 通りある。

問題 $\boxed{2}$ の解答は**解答用紙**に記入せよ。答だけでなく答を導く過程も記入せよ。

$\boxed{2}$　i を虚数単位とする。各自然数 n に対し，方程式 $z^n = 64i$ の解のうち，実部の値が最大であるものを A_n とし，実部の値が最小であるものを B_n とする。次の問いに答えよ。

(50 点)

(1)　A_3, B_3 を求めよ。

(2)　A_4, B_4 を求めよ。

(3)　各自然数 n に対し，方程式 $z^n = 64i$ の解のうち虚部が正であるような解の個数を L_n とする。L_n を求めよ。

(4)　各自然数 m に対し，$A_{2m+1}^4 - B_{2m+1}^4$ の虚部を α_m とし，$A_{2m+1}^3 - B_{2m+1}^3$ の実部を β_m とする。極限値 $\displaystyle\lim_{m\to\infty} \frac{m\,\alpha_m}{\beta_m}$ を求めよ。

(5)　自然数 ℓ に対し，方程式 $z^{2\ell} = 64i$ の解のうち虚部が正であるような $L_{2\ell}$ 個の解を偏角が小さい順に並べたとき，k 番目の解を z_k とする。ただし，偏角は 0 以上 2π 未満の範囲で考えるものとする。

　(a)　z_k の偏角 θ_k を k と ℓ によって表せ。

　(b)　z_k の虚部を γ_k とする。このとき $\displaystyle\lim_{\ell\to\infty} \frac{1}{L_{2\ell}} \sum_{k=1}^{L_{2\ell}} \gamma_k$ を求めよ。

右のページは白紙である。必要に応じて計算欄として使用してよい。