

G 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 5 ページまであります。

[注 意]

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用紙に志望学科と受験番号を記入してください。また、解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し、さらに受験番号と志望学科をマークしてください。
- (3) 解答は、所定の解答用紙に記入したもの及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは、絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(H BまたはB)を使用してください。指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は、消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえで、新たにマークしてください。
 - ④ 解答欄のマークは、横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
 - ⑤ 解答用マークシート上部に記載されている解答上の注意事項を、必ず読んでから解答してください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。
ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

問題 1 の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

1 次の (1), (2), (3) においては, 内の 1 つのカタカナに 0 から 9 までの数字が 1 つあてはまる。その数字を解答用マークシートにマークしなさい。与えられた枠数より少ない桁の数があてはまる場合は, 上位の桁を 0 とし, 右に詰めた数値としなさい。分数は既約分数とし, 値が整数の場合は分母を 1 としなさい。根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

(50 点)

(1) 三角形 ABC は以下の条件

- $\sin A = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\sin B = \frac{\sqrt{10}}{10}$
- 面積は 20 である
- $BC > AB$

をすべて満たす。

(a) $\sin C = \frac{\sqrt{\text{ア}}}{\text{イ ウ}}$ である。

(b) 3 つの辺の長さは

$$AB = \text{エ} \sqrt{\text{オ カ}}, BC = \text{キ ク},$$

$$CA = \text{ケ コ} \sqrt{\text{サ}}$$

である。

右のページは白紙です。

(2) 以下の問いに答えなさい。

(a) 等式 $mn = 4m - 3n + 24$ を満たす自然数 m, n の組の総数は ア である。

(b) 等式 $m^2n - 2mn + 3n - 36 = 0$ を満たす自然数 m, n の組の総数は イ である。

(c) 等式 $m^3 - m^2n + (2n + 3)m - 3n + 6 = 0$ を満たす自然数 m, n の組の総数は ウ である。

右のページは白紙です。

(3) 関数 $f(x) = x^2 + 2x\sqrt{1-x^2}$ ($-1 \leq x \leq 1$) を考える。

(a) $\int_0^1 f(x)dx = \boxed{\text{ア}}$ である。

(b) $f(x)$ の値域は $\frac{\boxed{\text{イ}} - \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}} \leq f(x) \leq \frac{\boxed{\text{オ}} + \sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

問題 **2** の解答は解答用紙 **2** に記入しなさい。

2

(25 点)

(1) 実数 x の関数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (a, b, c, d は実数の定数) は以下の条件をすべて満たす。

- 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(0, f(0))$ における接線の方程式は $y = 12x - 4$ である
- 関数 $f(x)$ は $x = 2$ で極値 0 をとる

このとき、 a, b, c, d の値を求めなさい。

(2) 座標平面において、点 $A(1, 1)$, $B(1, 0)$, $C(4, 4)$ をとる。 k を実数として、点 A を通り、傾きが k である直線を考える。この直線に関する点 B の対称点を P とする。

- (a) $k = 1$ のとき、点 P の座標を求めなさい。
- (b) k が実数全体を動くとき、点 P の軌跡を求めなさい。
- (c) k が実数全体を動くとき、 PC が最小となるような傾き k の値を求めなさい。

右のページは白紙です。

問題 **3** の解答は解答用紙 **3** に記入しなさい。

3

原点を O とする座標平面において、点 $A(1, t)$ (ただし, $t > 0$) をとる。さらに、以下の条件をすべて満たすように点 B, C をとる。

- 四角形 $OABC$ は長方形である
- 点 B の x 座標は 1 より小さい
- 長方形 $OABC$ の面積は $2(1+t^2)$ である

このとき、以下の問いに答えなさい。

(25 点)

- (1) 点 B, C の座標を t で表しなさい。
- (2) 長方形 $OABC$ の領域 $x \geq 0$ にある部分の面積を S とする。 S を t で表しなさい。また、 $t > 0$ の範囲で t を動かすとき、 S の最小値を求めなさい。
- (3) 4 点 O, A, B, C を通る円と直線 $x+y=1$ の 2 つの交点を M, N とする。線分 MN の長さを t で表しなさい。