

H 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 5 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用紙に志望学科と受験番号を記入してください。また、解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し、さらに受験番号と志望学科をマークしてください。
- (3) 解答は、所定の解答用紙に記入したものと及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは、絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用してください。指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は、消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえで、新たにマークしてください。
 - ④ 解答欄のマークは、横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
 - ⑤ 解答用マークシート上部に記載されている解答上の注意事項を、必ず読んでから解答してください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。
ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

問題 1 の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

1 次の (1), (2), (3) においては, 内の 1 つのカタカナに 0 から 9 までの数字が 1 つあてはまる。その数字を解答用マークシートにマークしなさい。与えられた枠数より少ない桁の数があてはまる場合は, 上位の桁を 0 とし, 右に詰めた数値としなさい。分数は既約分数とし, 値が整数の場合は分母を 1 としなさい。根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

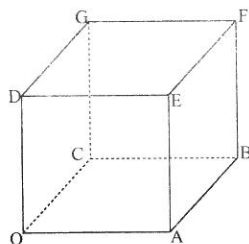
(50 点)

(1) 1 辺の長さが 1 の立方体 OABC-DEFG において, M は辺 EA を, N は辺 CG をそれぞれ 1 : 2 の比 ($EM : MA = CN : NG = 1 : 2$) に内分する点とする。さらに, 線分 MN 上に点 P を, 線分 MN と線分 OP が直交するようにとる。

$$(a) \quad MN = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \times \sqrt{\boxed{\text{ウ}} \boxed{\text{エ}}}, \quad \frac{MP}{MN} = \frac{\boxed{\text{オ}} \boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}} \boxed{\text{ク}}} \text{ である。}$$

(b) 線分 OP が 3 点 A, C, D で定まる平面と交わる点を K とし, 線分 OP の P を越える延長が立方体 OABC-DEFG の面と交わる点を L とする。このとき,

$$\frac{OK}{OP} = \frac{\boxed{\text{ケ}} \boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}} \boxed{\text{シ}}}, \quad \frac{OL}{OP} = \frac{\boxed{\text{ス}} \boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}} \boxed{\text{タ}}} \text{ である。}$$



右のページは白紙です。

- (2) x, y が 3 つの条件 $x^2 + y^2 = \frac{5}{4}$, $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$ を満たすとき, 以下の問いに答えなさい。

- (a) xy のとり得る値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \leq xy \leq \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

- (b) $x + y$ のとり得る値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \leq x + y \leq \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \times \sqrt{\boxed{\text{ケ}} \boxed{\text{コ}}}$$

である。

- (c) $x = \sin \alpha$, $y = \cos \beta$ ($0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$, $0 \leq \beta \leq \frac{\pi}{2}$) とおく。このとき, $\cos(\alpha + \beta)$ のとり得る値の範囲は

$$-\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \times \sqrt{\boxed{\text{ス}}} \leq \cos(\alpha + \beta) \leq \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} \times \sqrt{\boxed{\text{タ}}}$$

である。また,

$$x = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}} \times \sqrt{\boxed{\text{テ}} \boxed{\text{ト}}}, y = \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}} \times \sqrt{\boxed{\text{ヌ}} \boxed{\text{ネ}}}$$

のとき, $\cos(\alpha + \beta) = 0$ となる。

右のページは白紙です。

(3) n を自然数とすると、以下の問いに答えなさい。

(a) 一般項が

$$a_n = n \left(\frac{15}{17} \right)^n$$

で表される数列 $\{a_n\}$ に対して、 a_n が最大となるのは $n = \boxed{\text{ア}}$ のときである。

(b) 一般項が

$$a_n = \frac{1}{3}n^3 - 2n^2 - \frac{9}{4}n$$

で表される数列 $\{a_n\}$ に対して、 a_n が最小となるのは $n = \boxed{\text{イ}}$ のときである。

(c) 一般項が

$$a_n = \frac{1}{n} \left(1 - \frac{1}{2n} \right)^4$$

で表される数列 $\{a_n\}$ に対して、 a_n が最大となるのは $n = \boxed{\text{ウ}}$ のときである。

右のページは白紙です。

問題 2 の解答は解答用紙 2 に記入しなさい。

2

(25 点)

(1) 次の定積分の値を求めなさい。

(a) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 x \cos^2 x \, dx$

(b) $\int_1^4 \frac{\log x}{\sqrt{x}} \, dx$

ただし、 $\log x$ は x の自然対数である。

(2) 座標平面上に円 $C: x^2 + y^2 = 2$ および点 $A(2, 1)$ がある。このとき、以下の問いに答えなさい。

(a) 点 A を通り、円 C に接する直線の方程式を求めなさい。

(b) 点 A を通る直線が円 C と異なる 2 点 P と Q で交わり、 PQ の長さが 2 であるとき、直線の方程式を求めなさい。

右のページは白紙です。

問題 **3** の解答は解答用紙 **3** に記入しなさい。

3 原点を O とする座標平面において、点 $A(0, 2)$ 、点 $B(-\sqrt{3}, 1)$ および点 $C(\sqrt{3}, 1)$ がある。線分 AB 上に点 P （点 P は端点 A, B と一致しない）を、線分 AC 上に点 Q （点 Q は端点 A, C と一致しない）をとり、線分 PQ の中点を M とする。以下、 $AP:PB = k:1-k$ ($0 < k < 1$)、 $AQ:QC = l:1-l$ ($0 < l < 1$) とする。

(25 点)

(1) 点 P, Q, M の座標を k, l で表しなさい。

(2) $PQ = 2$ の場合、 l を k で表しなさい。

以下、点 P を線分 AB 上で動かし、 $PQ = 2$ となるような線分 AC 上の点 Q を考える。

(3) 点 P を線分 AB 上で動かすとき、線分 PQ の中点 $M(x, y)$ の軌跡を x, y の式で表しなさい。

(4) 三角形 PQR が正三角形となるように、2 点 P, Q を通る直線の下側の部分に点 R をとる。点 P を線分 AB 上で動かすとき、点 R の y 座標がとり得る値の範囲を求めなさい。