

W 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 3 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し、さらに受験番号をマークしてください。
- (3) 解答は、所定の解答用マークシートにマークしたものが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは、絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用してください。指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は、消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえで、新たにマークしてください。
 - ④ 解答欄のマークは、横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
 - ⑤ 解答用マークシート上部に記載されている解答上の注意事項を、必ず読んでから解答してください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。
ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

すべての問題において、各文章中の $\square$ に当てはまる 0 から 9 までの数を求めて、解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。ただし、 $\square$ は 1 桁の数、 $\square$ は 2 桁の数である。分数は既約分数として表し、また、根号を含む形で解答する場合は根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

1 方程式

$$x^2 - 5x - 4 = 0$$

の 2 解を α , β とするとき、数列 $\{a_n\}$ の一般項を

$$a_n = \alpha^n + \beta^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

とする。次の問いに答えなさい。

(30 点)

(1) このとき、 $a_1 = \square$, $a_2 = \square$ である。また、数列 $\{a_n\}$ は漸化式

$$a_{n+1} = \square a_n + \square a_{n-1} \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

を満たす。

(2) 任意の自然数 n に対して、 a_n を 10 で割ったときの余りを r_n とする。このとき、正の整数 n で $r_{n+1} = r_1$, $r_{n+2} = r_2$ を満たす最小のものは $n = \square$ である。また、 $r_{2016} = \square$ である。

右のページは白紙です。

2

△ABC において、辺 AB を 3:2 に内分する点を D、辺 BC を 4:3 に内分する点を E とし、線分 AE と線分 CD の交点を F とする。また、線分 BF の延長が辺 AC と交わる点を G とする。次の問いに答えなさい。(30 点)

$$(1) \quad \overrightarrow{AF} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \overrightarrow{AE}, \quad \overrightarrow{CF} = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \overrightarrow{CD} \text{ である。したがって,}$$

$$\overrightarrow{AF} = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \overrightarrow{AB} + \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \overrightarrow{AC}$$

と表される。

$$(2) \quad \overrightarrow{BF} = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \overrightarrow{BG} \text{ である。したがって,}$$

$$\overrightarrow{AG} = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \overrightarrow{AC}$$

と表される。

右のページは白紙です。

3

座標平面において、放物線 $C: y = x^2$ 上に 2 点 $Q(\alpha, \alpha^2)$, $R(\beta, \beta^2)$ が

$$3\alpha + \beta = 2, \beta < 0 < \alpha$$

を満たすように動く。 C の Q , R における接線の交点を P とし、 P が頂点になるように、 C を平行移動した放物線を C' とする。また、直線 QR と C' で囲まれる領域の面積を S とする。次の問いに答えなさい。(40 点)

(1) 直線 QR と C' の交点の x 座標は方程式

$$x^2 + \boxed{\text{ア}} (\alpha - \boxed{\text{イ}}) x - \boxed{\text{ウ}} \alpha^2 + \boxed{\text{エ}} \alpha + \boxed{\text{オ}} = 0$$

を満たす。

(2) S を α の式で表すと

$$S = \boxed{\text{カ}} \boxed{\text{キ}} \left(\alpha^2 - \frac{\boxed{\text{ク}} \boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \alpha + \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \right)^{\frac{3}{2}}$$

となる。

(3) S を最小にする α の値と、そのときの S の値はそれぞれ

$$\alpha = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}, S = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}} \boxed{\text{チ}}} \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$$

である。

右のページは白紙です。