

E 2

数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 3 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用紙に受験番号と氏名を記入してください。また、解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し、さらに受験番号をマークしてください。
- (3) 解答は、所定の解答用紙に記入したもの及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは、絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用してください。
指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は、消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえ、新たにマークしてください。
 - ④ 解答欄のマークは、横 1 行について 1 箇所に限ります。
2 箇所以上マークすると採点されません。
あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
 - ⑤ 解答用マークシートに記載されている解答上の注意事項を、必ず読んでから解答してください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。
ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

問題 1 の解答は解答用マークシートにマークせよ。

1 内のカタカナにあてはまる 0 から 9 までの数字を求め、その数字を解答用マークシートにマークせよ。ただし、分数は既約分数（それ以上約分できない分数）の形に表すものとする。

関数 $f(x)$ を

$$f(x) = e^{-x} \sin x$$

と定める。ただし、 e は自然対数の底とする。

(50 点)

(1)

$$\int f(x) dx = -\frac{\text{ア}}{\text{イ}} e^{-x} (\cos x + \sin x) + C$$

であり、

$$\int_0^{\pi} f(x) dx = \frac{\text{ウ}}{\text{エ}} e^{-\pi} + \frac{\text{オ}}{\text{カ}},$$

$$\int_{\pi}^{2\pi} f(x) dx = -\frac{\text{キ}}{\text{ク}} e^{-2\pi} - \frac{\text{ケ}}{\text{コ}} e^{-\pi}$$

である。ただし、 C は積分定数とする。

(2) $0 \leq x \leq 2\pi$ において、 $f(x)$ は

$$x = \frac{\text{サ}}{\text{シ}} \pi$$

のとき、最大値

$$\frac{1}{\sqrt{\text{ス}}} (e^{-\pi}) \frac{\text{セ}}{\text{ソ}}$$

をとり、また、

$$x = \frac{\text{タ}}{\text{チ}} \pi$$

のとき、最小値

$$-\frac{1}{\sqrt{\text{ツ}}} (e^{-\pi}) \frac{\text{テ}}{\text{ト}}$$

をとる。

- (3) k を自然数とし、座標平面において曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた領域のうち、 x 座標が $(k-1)\pi \leq x \leq k\pi$ を満たす部分の面積を S_k とするとき、

$$S_k = e^{-(k-1)\pi} \left(\frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}} e^{-\pi} + \frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}} \right)$$

であり、

$$\sum_{k=1}^{\infty} S_k = \frac{e^{\pi}}{e^{\pi} - \boxed{\text{ノ}}} \left(\frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}} e^{-\pi} + \frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}} \right)$$

である。

- (4) $f(x)$ の $0 \leq x$ における極大値を大きい順に $M_1, M_2, \dots$ とし、区間 $0 < x$ における極小値を小さい順に $m_1, m_2, \dots$ とするとき、

$$\sum_{i=1}^{\infty} M_i = \frac{(e^{\pi}) \frac{\boxed{\text{ホ}}}{\boxed{\text{マ}}}}{\sqrt{\boxed{\text{ミ}}}(e^{2\pi} - 1)},$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} m_i = - \frac{(e^{\pi}) \frac{\boxed{\text{ム}}}{\boxed{\text{ヤ}}}}{\sqrt{\boxed{\text{モ}}}(e^{2\pi} - 1)}$$

である。

問題 **2** の解答は解答用紙に記入せよ。答だけでなく答を導く過程も記入せよ。

2 t を実数とし、複素数 $\alpha(t), \beta(t)$ をそれぞれ $\alpha(t) = \cos 2t + i \sin 3t$, $\beta(t) = (-\cos 2t - i \sin 3t)(1 + i)$ とおく。

以下の問に答えよ。

(50 点)

(1) $\alpha(t_1) = \alpha(t_2)$ となる実数 t_1 と t_2 で $-\frac{\pi}{2} < t_1 < t_2 < \frac{\pi}{2}$ を満たすものを求めよ。

(2) t を実数とする。 $x = \cos 2t, y = \sin 3t$ とおくとき、 y^2 を x の多項式で表せ。

(3) (1) で求めた t_1, t_2 に対して、実数 t が $t_1 \leq t \leq t_2$ となるすべての値を取るとき、 $\alpha(t)$ が複素数平面上に描く曲線で囲まれた領域の面積を求めよ。

(4) (1) で求めた t_1, t_2 に対して、実数 t が $t_1 \leq t \leq t_2$ となるすべての値を取るとき、 $\beta(t)$ が複素数平面上に描く曲線で囲まれた領域の面積を求めよ。

右のページは白紙である。必要に応じて計算欄として使用してよい。



