

前期

理系

平成 19 年度入学試験学力検査問題

理 科・地理歴史・数 学

〔都市教養—150 分(ただし、電気電子工学、機械工学コースは 75 分)
都市環境、システムデザイン—75 分(ただし、地理環境コースは 150 分)〕

※地理歴史(地理)は、地理環境コース志望者のみ

※数学は、数理科学コース志望者のみ

注 意

1. 係員の合図があるまで、問題の内容を見てはいけません。
2. 数学は、筆記用具のほか定規、コンパスの使用を認めます。
ただし、分度器の使用は認めません。
3. 受験番号及び氏名は、答案用紙の所定欄に必ず記入してください。

(例) 受験番号 1234567X の場合 →

		1	2	3
4	5	6	7	X

4. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用し、必ず配付された答案用紙に記入してください。なお、生物、地学は裏面にも解答欄があるので注意してください。

答案用紙には、解答に関係のないことを記入してはいけません。

5. 字数指定の設問で解答欄にマス目が用意されている場合、英小文字及び数字は、1 マスに 2 字記入しても構いません。
6. 問題は次に示したページにあります。

・物	理	1 ページ～7 ページ	・化	学	8 ページ～12 ページ
・生	物	13 ページ～22 ページ	・地	学	23 ページ～26 ページ
・地	理	27 ページ～32 ページ	・数	学	33 ページ～34 ページ
7. 試験中に不鮮明な印刷等に気付いた時は、手をあげて係員に申し出てください。
8. 答案用紙を切り取ったり、持ち帰ったりしてはいけません。
9. 問題冊子の余白を利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
10. 問題冊子は、持ち帰ってください。また、試験終了時刻まで退室できません。

数 学

1 関数 $f(x) = \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$ に対して、以下の問いに答えなさい。

(1) 関数 $f(x)$ の導関数は

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

であることを示しなさい。

(2) 関数 $f(x)$ の第 2 次導関数を $f''(x)$ とおくと、

$$(x^2 + 1)f''(x) + xf'(x) = 0$$

が成り立つことを示しなさい。

(3) 任意の自然数 n に対して、次の等式が成り立つことを、数学的帰納法によって証明しなさい。

$$(x^2 + 1)f^{(n+1)}(x) + (2n - 1)xf^{(n)}(x) + (n - 1)^2f^{(n-1)}(x) = 0$$

ただし $f^{(0)}(x) = f(x)$ とし、自然数 k に対して $f^{(k)}(x)$ は $f(x)$ の第 k 次導関数を表す。

(4) 値 $f^{(9)}(0)$ および $f^{(10)}(0)$ を求めなさい。

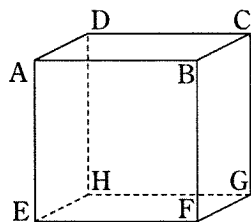
2 図のような立方体を考える。辺 AE, AD の中点をそれぞれ P, Q とし、辺 DC を $DR : RC = 2 : 1$ に内分する点 R をとる。さらに $\vec{a} = \vec{EF}$, $\vec{b} = \vec{EH}$, $\vec{c} = \vec{EA}$ とおく。

このとき、以下の問いに答えなさい。

(1) ベクトル $\vec{QP}$ および $\vec{QR}$ をそれぞれ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表しなさい。

(2) 三角形 PQR において $\theta = \angle PQR$ として $\cos \theta$ の値を求めなさい。

(3) この立方体の一辺の長さを 1 とする。点 P, Q, R を通る平面を X として、点 E と平面 X との距離 l の値を求めなさい。



- 3 座標平面上の点 (x, y) で x と y がともに整数であるものを格子点とよぶ。いま $n \geq 2$ である整数 n に対して、3つの条件

$$\begin{cases} x^2 + y^2 < n^2 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

をみたす格子点 (x, y) の総数を $P(n)$ で表す。このとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) 不等式

$$\sum_{k=1}^{n-1} (\sqrt{n^2 - k^2} - 1) \leq P(n) < \sum_{k=1}^{n-1} \sqrt{n^2 - k^2}$$

が成り立つことを示しなさい。

- (2) 等式

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{P(n)}{n^2} = \frac{\pi}{4}$$

が成り立つことを示しなさい。