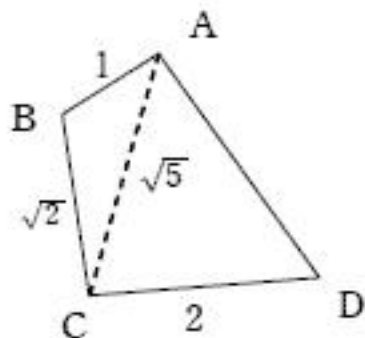


(1)  $\triangle ABC$ において余弦定理より

$$\begin{aligned}\cos B &= \frac{1^2 + \sqrt{2}^2 - \sqrt{5}^2}{2 \cdot 1 \cdot \sqrt{2}} \\ &= -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \dots\dots(\text{答})\end{aligned}$$



(2) (1)より  $B = 135^\circ$

$\triangle ABC$ に正弦定理を使って

$$\begin{aligned}2R &= \frac{\sqrt{5}}{\sin 135^\circ} \\ \therefore R &= \frac{\sqrt{10}}{2} \quad \dots\dots(\text{答})\end{aligned}$$

(3) 四角形  $ABCD$  は円に内接しているので,

$$B + D = 180^\circ$$

$$\therefore D = 45^\circ$$

$$\text{よって } \cos D = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \dots\dots(\text{答})$$

(4)  $\triangle ACD$ に余弦定理を使って,

$$\sqrt{5}^2 = AD^2 + 2^2 - 2 \cdot AD \cdot 2 \cos D$$

$$\iff AD^2 - 2\sqrt{2}AD - 1 = 0$$

$$\iff AD = \sqrt{2} \pm \sqrt{3}$$

$$AD > 0 \text{ より } AD = \sqrt{2} + \sqrt{3} \quad \dots\dots(\text{答})$$

(1)  $N < 10$  となるためには

「1点」が3枚 .....①

又は

「1点」が2枚と「5点」が1枚 .....②

が出ればよい.

①となる確率は  $\frac{{}_5C_3}{{}_{10}C_3}$ , ②となる確率は  $\frac{{}_5C_2 \times {}_3C_1}{{}_{10}C_3}$  であり,

①と②は排反であるので,

$$\begin{aligned} p_1 &= \frac{{}_5C_3}{{}_{10}C_3} + \frac{{}_5C_2 \times {}_3C_1}{{}_{10}C_3} \\ &= \frac{10}{120} + \frac{30}{120} \\ &= \frac{1}{3} \quad \text{.....(答)} \end{aligned}$$

(2)  $N \geq 20$  となるためには

「10点」が2枚と「1点」が1枚 ... 確率は  $\frac{{}_2C_2 \times {}_5C_1}{{}_{10}C_3} = \frac{5}{120}$

「10点」が2枚と「5点」が1枚 ... 確率は  $\frac{{}_2C_1 \times {}_3C_1}{{}_{10}C_3} = \frac{3}{120}$

「10点」が1枚と「5点」が2枚 ... 確率は  $\frac{{}_2C_1 \times {}_3C_2}{{}_{10}C_3} = \frac{6}{120}$

$$\text{以上より } p_2 = \frac{5}{120} + \frac{3}{120} + \frac{6}{120} = \frac{7}{60} \quad \text{.....(答)}$$

(3) 余事象の考え方を使って

$$p_3 = 1 - p_1 - p_2 = \frac{11}{20} \quad \text{.....(答)}$$

(4) 「1点」が3枚出る確率は  $\frac{{}_5C_3}{{}_{10}C_3} = \frac{10}{120}$

「5点」が3枚出る確率は  $\frac{{}_3C_3}{{}_{10}C_3} = \frac{1}{120}$

$$\text{以上より } p_4 = \frac{10}{120} + \frac{1}{120} = \frac{11}{120} \quad \text{.....(答)}$$

- (1) 題意より,
- $k$
- を実数として

$$\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{BC}$$

とおける. よって

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AH} &= (-1, -1, -2) + k(1, 0, -1) \\ &= (-1+k, -1, -2-k)\end{aligned}$$

また,  $\overrightarrow{AH}$  と  $\overrightarrow{BC}$  は垂直なので,

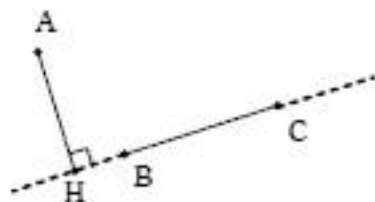
$$\begin{aligned}\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} &= (-1+k, -1, -2-k) \cdot (1, 0, -1) \\ &= 1+2k=0\end{aligned}$$

$$\therefore k = -\frac{1}{2}$$

$$\text{以上より } \overrightarrow{AH} = \left(-\frac{3}{2}, -1, -\frac{3}{2}\right) \quad \dots\dots(\text{答})$$

- (2) 右図より

$$\begin{aligned}S &= \frac{1}{2} |\overrightarrow{BC}| |\overrightarrow{AH}| \\ &= \frac{1}{2} \times \sqrt{1^2 + (-1)^2} \times \sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + (-1)^2 + \left(-\frac{3}{2}\right)^2} \\ &= \frac{\sqrt{11}}{2} \quad \dots\dots(\text{答})\end{aligned}$$



- (3) 題意のベクトルを
- $\overrightarrow{h} = (a, b, c)$
- とすると,
- $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-1, -1, -2) \\ \overrightarrow{AC} = (0, -1, -3) \end{cases}$
- なので

$$\begin{cases} \overrightarrow{h} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \\ \overrightarrow{h} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \\ |\overrightarrow{h}| = \frac{\sqrt{11}}{2} \end{cases} \iff \begin{cases} -a - b - 2c = 0 \\ -b - 3c = 0 \\ a^2 + b^2 + c^2 = \frac{11}{4} \end{cases}$$

$$\text{よって } \overrightarrow{h} = \left(\pm\frac{1}{2}, \mp\frac{3}{2}, \pm\frac{1}{2}\right) \quad (\text{複号同順}) \quad \dots\dots(\text{答})$$

(1) (i)  $x < -\sqrt{3}, \sqrt{3} < x$  のとき

$$(\text{与式}) \iff x^2 - 3 = x^2 - 3x - 2$$

$$\iff 0 = -3x + 1$$

$$\iff x = \frac{1}{3}$$

これは  $x < -\sqrt{3}, \sqrt{3} < x$  に反する.

(ii)  $-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3}$  のとき

$$(\text{与式}) \iff -x^2 + 3 = x^2 - 3x - 2$$

$$\iff 2x^2 - 3x - 5 = 0$$

$$\iff (2x - 5)(x + 1) = 0$$

$$\iff x = -1, \frac{5}{2}$$

$x = \frac{5}{2}$  は  $-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3}$  に反する.

以上 (i), (ii) より  $x = -1$  .....(答)

(2)  $x = \sqrt{2} - i$  が  $x^4 + ax^2 + b = 0$  .....① の解である.

$$\text{ここで } x^2 = (\sqrt{2} - i)^2$$

$$= 1 - 2\sqrt{2}i$$

$$x^4 = (1 - 2\sqrt{2}i)^2$$

$$= -7 - 4\sqrt{2}i$$

この2つを①に代入して

$$-7 - 4\sqrt{2}i + (1 - 2\sqrt{2}i)a + b = 0$$

$$\iff -7 + a + b + (-4\sqrt{2} - 2\sqrt{2}a)i = 0$$

実部と虚部を考えて

$$\begin{cases} -7 + a + b = 0 \\ -4\sqrt{2} - 2\sqrt{2}a = 0 \end{cases}$$

$$\therefore a = -2, b = 9 \quad \text{.....(答)}$$