

前期

文系

平成 23 年度入学試験学力検査問題

地理歴史・数 学 (人文・社会系, 経営学系 A 区分—90 分)

答案用紙

- ・日本史 3 枚 ・世界史 2 枚
- ・地 理 3 枚 ・数 学 2 枚

注 意

1. 係員の合図があるまで, 問題の内容を見てはいけません。
2. 数学は, 筆記用具のほか定規, コンパスの使用を認めます。
ただし, 分度器の使用は認めません。
3. 受験番号及び氏名は, 答案用紙の所定欄に必ず記入してください。

(例) 受験番号 1234567X の場合 →

		1	2	3
4	5	6	7	X

4. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用し, 必ず配付された答案用紙に記入してください。なお, 世界史, 数学は裏面にも解答欄があるので注意してください。

答案用紙には, 解答に関係のないことを記入してはいけません。

5. 字数指定の設問で解答欄にマス目が用意されている場合, 英文字及び数字は, 1 マスに 2 字記入しても構いません。
6. 問題は次に示したページにあります。
 - ・日 本 史 1 ページ～8 ページ ・世 界 史 9 ページ～16 ページ
 - ・地 理 17 ページ～23 ページ ・数 学 24 ページ～25 ページ
7. 試験中に不鮮明な印刷等に気付いた時は, 手をあげて係員に申し出てください。
8. 答案用紙を切り取ったり, 持ち帰ったりしてはいけません。
9. 問題冊子の余白は利用可能ですが, どのページも切り離してはいけません。
10. 問題冊子は, 持ち帰ってください。また, 試験終了時刻まで退室できません。

数 学

1 k を実数とし、曲線 $C_1: y = 1 - x^2$ と曲線 $C_2: y = x^2 - 2kx + k^2$ が異なる 2 点 P, Q で交わるとする。以下の問いに答えなさい。

- (1) k のとり得る値の範囲を求めなさい。
- (2) k の値が変化するとき、線分 PQ の中点 R の軌跡を図示しなさい。
- (3) (2) の軌跡と C_1 で囲まれた図形の面積を求めなさい。

2 関数 $y = 8^x - 3 \cdot 2^x$ について、以下の問いに答えなさい。

- (1) y の値が 0 となる x の値を求めなさい。
- (2) y の最小値と、 y の最小値を与える x の値を求めなさい。

3 原点を O とする座標平面上に点 $A(3, 0)$ を中心とし半径が r_1 の円 C_1 と、点 $B(1, 0)$ を中心とし半径が r_2 の円 C_2 がある。 C_1 上に y 座標が正である点 P_1 をとり、 $\angle OAP_1 = \theta$ とする。 C_2 上に y 座標が負である点 P_2 を、ベクトル $\overrightarrow{AP_1}$ と $\overrightarrow{BP_2}$ が平行であるようにとるとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) P_1, P_2 の座標を r_1, r_2, θ でそれぞれ表しなさい。
- (2) $r_1 + r_2 < 2$ とする。 P_1, P_2 を通る直線が C_1 と C_2 の両方に接するとき、 $\cos \theta$ を求めなさい。
- (3) (2)の条件のもとで $\triangle OP_1P_2$ の面積を r_1, r_2 で表しなさい。

4 数列 $\{a_n\}$ が次の式によって与えられているとする。

$$a_n = \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 - \frac{1}{16}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{(n+1)^2}\right)$$

このとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) $n = 1, 2, 3, 4$ に対して、それぞれ $2(n+1)a_n$ の値を求めなさい。
- (2) a_n の一般項を推定し、推定した式がすべての自然数 n に対して正しいことを数学的帰納法を用いて証明しなさい。
- (3) $a_n > \frac{1}{2} + \frac{100}{n^2}$ をみたす最小の n を求めなさい。