

数 学

1 1個のさいころを5回振る試行を行うとき、以下の問いに答えなさい。答えのみでなく、理由も述べなさい。

- (1) 3の倍数の目がそれ以外の目より1回だけ多く出る確率を求めなさい。
- (2) 3の倍数の目がそれ以外の目より2回以上多く出る確率を求めなさい。
- (3) 3の倍数の目が出る回数を x とし、それ以外の目が出る回数を y とする。 $x^2 + y^2$ が最小値をとる確率を求めなさい。

2 実数 m が $m > -1$ を満たすとき、直線 $l: y = mx$ と放物線 $C: y = x^2 - x$ の2つの交点を P, Q とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) 点 P における C の接線と点 Q における C の接線の交点を R とする。このとき、 R の座標を求めなさい。
- (2) l と C で囲まれた部分の面積を S_1 とし、 $\triangle PQR$ の面積を S_2 とすると、 $\frac{S_1}{S_2}$ を求めなさい。

- 3 座標平面上で、 x 座標、 y 座標がともに整数である点を格子点という。 n を正の整数として、変数 x 、 y についての不等式

$$|x| + |y| < n$$

の表す領域内にある格子点 (x, y) の個数を a_n とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) a_1, a_2, a_3 を求めなさい。
- (2) $a_{n+1} - a_n$ を n で表しなさい。
- (3) a_n を求めなさい。

4 内角がすべて 180° より小さい四角形 ABCD に対し, $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$ とおく。

G は

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$$

を満たす点とする。 $\overrightarrow{AC} = s\vec{a} + t\vec{b}$ (s, t は正の実数) と表すとき, 以下の問いに答えなさい。

- (1) $\overrightarrow{AG}$ を $\vec{a}, \vec{b}$ と実数 s, t を用いて表しなさい。
- (2) 点 G が線分 BD 上にあるとき, s と t の満たす関係式を求めなさい。
- (3) s と t が (2) で求めた関係式を満たすとき, 線分 AC の中点は線分 BD 上にあることを示しなさい。
- (4) s と t が (2) で求めた関係式を満たすとき, $\triangle ABD$ と $\triangle BCD$ の面積は等しくなることを示しなさい。