

入学試験問題

前

数学 (A)

(配点 80 点)

平成 7 年 2 月 25 日 14 時—15 時 40 分

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはならない。
- 2 この問題冊子は 14 ページある。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所を見いだした場合には手をあげて監督者にすみやかに申し出よ。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用せよ。
- 4 解答用紙の指定欄に、受験番号（第 1 面 2 箇所、第 2 面 1 箇所）、科類、氏名を記入せよ。
- 5 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入せよ。記入箇所を誤った解答は、その解答に限り無効である。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはならない。また、解答用紙の欄外の余白には、何もしるしてはならない。これらに違反した答案は、無効とする。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはならない。
- 8 解答用紙および問題冊子は、持ち帰ってはならない。

受 験 番 号						
---------	--	--	--	--	--	--

上欄に受験番号を記入せよ。

第 1 問

すべての正の実数 x, y に対し

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} \leq k \sqrt{2x + y}$$

が成り立つような実数 k の最小値を求めよ。

自然数 k に対し, xy 平面上のベクトル

$$\vec{v}_k = \left(\cos \frac{k\pi}{4}, \sin \frac{k\pi}{4} \right)$$

を考える。 a, b を正の数とし, 平面上の点 $P_0, P_1, \dots, P_8$ を

$$P_0 = (0, 0)$$

$$\overrightarrow{P_{2n} P_{2n+1}} = a \vec{v}_{2n+1}, \quad n = 0, 1, 2, 3$$

$$\overrightarrow{P_{2n+1} P_{2n+2}} = b \vec{v}_{2n+2}, \quad n = 0, 1, 2, 3$$

により定める。このとき以下の問に答えよ。

- (1) $P_8 = P_0$ であることを示せ。
- (2) $P_0, P_1, \dots, P_8$ を順に結んで得られる 8 角形の面積 S を a, b を用いて表せ。
- (3) 面積 S が 7, 線分 $P_0 P_4$ の長さが $\sqrt{10}$ のとき, a, b の値を求めよ。

第 3 問

xy 平面において、曲線 $y = -x^3 + ax$ 上の $x > 0$ の部分に、点 P を次の条件をみたすようにとる。ただし $a > 0$ とする。

点 P におけるこの曲線の接線と y 軸との交点を Q とするとき、原点 O における接線が $\angle QOP$ を二等分する。

このとき、 $\triangle QOP$ の面積 $S(a)$ の最小値と、それを与える a の値を求めよ。

第 4 問

半径 1 cm の半球形の器が水平から角 θ だけ傾けて固定されている。ただし $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。この器に毎秒 $\frac{\pi}{18}$ cm³ の割合で水を入れるとき、入れはじめてから $3 + \cos^2 \theta$ 秒後に器から水が流れだした。このときの θ の値を求めよ。