

入学試験問題

数学 (A)

前

(配点 80 点)

平成 8 年 2 月 25 日 14 時—15 時 40 分

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはならない。
- 2 この問題冊子は 14 ページある。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所を見いだした場合には手をあげて監督者にすみやかに申し出よ。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用せよ。
- 4 解答用紙の指定欄に、受験番号（第 1 面 2 箇所、第 2 面 1 箇所）、科類、氏名を記入せよ。
- 5 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入せよ。記入箇所を誤った解答は、その解答に限り無効である。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはならない。また、解答用紙の欄外の余白には、何もしるしてはならない。これらに違反した答案は、無効とする。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはならない。
- 8 解答用紙および問題冊子は、持ち帰ってはならない。

受 験 番 号						
---------	--	--	--	--	--	--

上欄に受験番号を記入せよ。

a を実数とする。行列 $X = \begin{pmatrix} x & -y \\ y & x \end{pmatrix}$ が

$$X^2 - 2X + aE = O$$

をみたすような実数 x, y を求めよ。

ただし, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ とする。

第 2 回

a, b, c, d を正の数とする。不等式

$$\begin{cases} s(1-a) - tb > 0 \\ -sc + t(1-d) > 0 \end{cases}$$

を同時にみたす正の数 s, t があるとき、2 次方程式

$$x^2 - (a+d)x + (ad-bc) = 0$$

は $-1 < x < 1$ の範囲に異なる 2 つの実数解をもつことを示せ。

第 3 問

xy 平面上の点 $P(a, b)$ に対し、正方形 $S(P)$ を連立不等式

$$|x - a| \leq \frac{1}{2}, |y - b| \leq \frac{1}{2}$$

の表す領域として定め、原点と $S(P)$ の点との距離の最小値を $f(P)$ とする。

点 $(2, 1)$ を中心とする半径 1 の円周上を P が動くとき、 $f(P)$ の最大値を求めよ。

第 4 問

xyz 空間において、点 P を $(1, 0, 1)$ 、点 Q を $(a, a+1, 0)$ とする。線分 PQ を z 軸のまわりに 1 回転して得られる曲面と平面 $z=1$ および xy 平面で囲まれる部分の体積を $V(a)$ とおく。 a が実数全体を動くときの $V(a)$ の最小値およびそれを与える a の値を求めよ。