

入学試験問題

数学 (A)

前

(配点 80 点)

平成 9 年 2 月 25 日 14 時—15 時 40 分

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはならない。
- 2 問題はすべて新課程と旧課程とに共通である。
- 3 この問題冊子は 14 ページある。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所を見いだした場合には手をあげて監督者にすみやかに申し出よ。
- 4 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用せよ。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号（第 1 面 2 箇所、第 2 面 1 箇所）、科類、氏名を記入せよ。
- 6 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入せよ。記入箇所を誤った解答は、その解答に限り無効である。
- 7 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはならない。また、解答用紙の欄外の余白には、何もしるしてはならない。これらに違反した答案は、無効とする。
- 8 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはならない。
- 9 解答用紙および問題冊子は、持ち帰ってはならない。

受 験 番 号						
---------	--	--	--	--	--	--

上欄に受験番号を記入せよ。

第 1 問

a, b は実数で

$$a^2 + b^2 = 16, \quad a^3 + b^3 = 44$$

をみたしている。このとき、

- (1) $a + b$ の値を求めよ。
- (2) n を 2 以上の整数とすると、 $a^n + b^n$ は 4 で割り切れる整数であることを示せ。

第 2 問

a, b を正の数とし, xy 平面の 2 点 $A(a, 0)$ および $B(0, b)$ を頂点とする正 3 角形を ABC とする。ただし, C は第 1 象限の点とする。

- (1) 3 角形 ABC が正方形 $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ に含まれるような (a, b) の範囲を求めよ。
- (2) (a, b) が (1) の範囲を動くとき, 3 角形 ABC の面積 S が最大となるような (a, b) を求めよ。また, そのときの S の値を求めよ。

第 3 問

r を正の数とする。 xyz 空間に原点 $O(0, 0, 0)$ と 3 点 $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C(0, 0, 1)$ をとる。 xyz 空間の点 P で

$$|\overrightarrow{PA}| = |\overrightarrow{PB}| = r|\overrightarrow{PO}|, \quad |\overrightarrow{PC}| = |\overrightarrow{PO}|$$

をみたすものが 2 つ存在するための r の条件を求めよ。さらに、この 2 点の座標を r を用いて表せ。

第 4 問

$0 \leq t \leq 1$ をみたす実数 t に対して、 xy 平面上の点 A, B を

$$A\left(\frac{2(t^2 + t + 1)}{3(t + 1)}, -2\right), B\left(\frac{2}{3}t, -2t\right)$$

と定める。 t が $0 \leq t \leq 1$ を動くとき、直線 AB の通りうる範囲を図示せよ。