

入学試験問題

数学 (A)

前

(配点 80 点)

平成 10 年 2 月 25 日 14 時—15 時 40 分

注意事項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはならない。
- 2 問題はすべて新課程と旧課程とに共通である。
- 3 この問題冊子は 14 ページある。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所を見いだした場合には手をあげて監督者にすみやかに申し出よ。
- 4 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用せよ。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号（第 1 面 2 箇所、第 2 面 1 箇所）、科類、氏名を記入せよ。
- 6 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入せよ。記入箇所を誤った解答は、その解答に限り無効である。
- 7 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはならない。また、解答用紙の欄外の余白には、何もしるしてはならない。これらに違反した答案は、無効とする。
- 8 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはならない。
- 9 解答用紙および問題冊子は、持ち帰ってはならない。

受験番号						
------	--	--	--	--	--	--

上欄に受験番号を記入せよ。

第 1 問

a は 0 でない実数とする。関数

$$f(x) = (3x^2 - 4) \left(x - a + \frac{1}{a} \right)$$

の極大値と極小値の差が最小となる a の値を求めよ。

第 2 問

a, b は実数で, $b \neq 0$ とする。 xy 平面に原点 $O(0, 0)$ および 2 点 $P(1, 0)$, $Q(a, b)$ をとる。

(1) $\triangle OPQ$ が鋭角三角形となるための a, b の条件を不等式で表し, 点 (a, b) の範囲を ab 平面上に図示せよ。

(2) m, n を整数とする。 a, b が (1) で求めた条件をみたすとき, 不等式

$$(m + na)^2 - (m + na) + n^2b^2 \geq 0$$

が成り立つことを示せ。

(1) x は $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$ をみたす角とする。

$$\begin{cases} \sin y = |\sin 4x| \\ \cos y = |\cos 4x| \\ 0^\circ \leq y \leq 90^\circ \end{cases}$$

となる y を x で表し、そのグラフを xy 平面上に図示せよ。

(2) α は $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ をみたす角とする。

$0^\circ \leq \theta_n \leq 90^\circ$ をみたす角 θ_n , $n = 1, 2, \dots$ を

$$\begin{cases} \theta_1 = \alpha \\ \sin \theta_{n+1} = |\sin 4\theta_n| \\ \cos \theta_{n+1} = |\cos 4\theta_n| \end{cases}$$

で定める。 k を 2 以上の整数として、 $\theta_k = 0^\circ$ となる α の個数を k で表せ。

第 4 問

xyz 空間に 3 点 $A(1, 0, 0)$, $B(-1, 0, 0)$, $C(0, \sqrt{3}, 0)$ をとる。 $\triangle ABC$ を 1 つの面とし, $z \geq 0$ の部分に含まれる正四面体 $ABCD$ をとる。さらに $\triangle ABD$ を 1 つの面とし, 点 C と異なる点 E をもう 1 つの頂点とする正四面体 $ABDE$ をとる。

- (1) 点 E の座標を求めよ。
- (2) 正四面体 $ABDE$ の $y \leq 0$ の部分の体積を求めよ。