

入 学 試 験 問 題

数 学 (A)



(配点 80 点)

平成 17 年 2 月 25 日 14 時—15 時 40 分

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 14 ページあります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆(または黒色シャープペンシル)を使用しなさい。
- 4 解答用紙の指定欄に、受験番号(第 1 面 2 箇所、第 2 面 1 箇所)、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外にこれらを記入してはいけません。
- 5 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入しなさい。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。また、解答用紙の欄外の余白には、何も書いてはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 解答用紙および問題冊子は、持ち帰ってはいけません。

受 験 番 号						
---------	--	--	--	--	--	--

上欄に受験番号を記入しなさい。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 1 問

$f(x)$ を $f(0)=0$ をみたす 2 次関数とする。 a, b を実数として、関数 $g(x)$ を次で与える。

$$g(x) = \begin{cases} ax & (x \leq 0) \\ bx & (x > 0) \end{cases}$$

a, b をいろいろ変化させ

$$\int_{-1}^0 \{f'(x) - g'(x)\}^2 dx + \int_0^1 \{f'(x) - g'(x)\}^2 dx$$

が最小になるようにする。このとき、

$$g(-1)=f(-1), \quad g(1)=f(1)$$

であることを示せ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 2 問

3 以上 9999 以下の奇数 a で、 $a^2 - a$ が 10000 で割り切れるものをすべて求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 3 問

0 以上の実数 s, t が $s^2 + t^2 = 1$ を満たしながら動くとき, 方程式

$$x^4 - 2(s+t)x^2 + (s-t)^2 = 0$$

の解のとり値の範囲を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 4 問

N を 1 以上の整数とする。数字 $1, 2, \dots, N$ が書かれたカードを 1 枚ずつ、計 N 枚用意し、甲、乙のふたりが次の手順でゲームを行う。

- (i) 甲が 1 枚カードをひく。そのカードに書かれた数を a とする。ひいたカードはもとに戻す。
- (ii) 甲はもう 1 回カードをひくかどうかを選択する。ひいた場合は、そのカードに書かれた数を b とする。ひいたカードはもとに戻す。ひかなかった場合は、 $b = 0$ とする。
 $a + b > N$ の場合は乙の勝ちとし、ゲームは終了する。
- (iii) $a + b \leq N$ の場合は、乙が 1 枚カードをひく。そのカードに書かれた数を c とする。ひいたカードはもとに戻す。 $a + b < c$ の場合は乙の勝ちとし、ゲームは終了する。
- (iv) $a + b \geq c$ の場合は、乙はもう 1 回カードをひく。そのカードに書かれた数を d とする。 $a + b < c + d \leq N$ の場合は乙の勝ちとし、それ以外の場合は甲の勝ちとする。

(ii) の段階で、甲にとってどちらの選択が有利であるかを、 a の値に応じて考える。
以下の問いに答えよ。

- (1) 甲が 2 回目にカードをひかないことにしたとき、甲の勝つ確率を a を用いて表せ。
- (2) 甲が 2 回目にカードをひくことにしたとき、甲の勝つ確率を a を用いて表せ。

ただし、各カードがひかれる確率は等しいものとする。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)