

[I] $\triangle ABC$ において $AB = 5$, $BC = 4$, $CA = 6$ とするとき, 次の問いに答えよ。

(1) $\triangle ABC$ の面積を求めよ。

(2) 点 P , Q をそれぞれ辺 AB , AC 上にとる。線分 PQ が $\triangle ABC$ の面積を 2 等分するとき, 線分 PQ の長さの最小値と最大値を求めよ。

〔Ⅱ〕 1 辺の長さが 1 の立方体 ABCD-EFGH において、 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AE} = \vec{c}$ とおく。

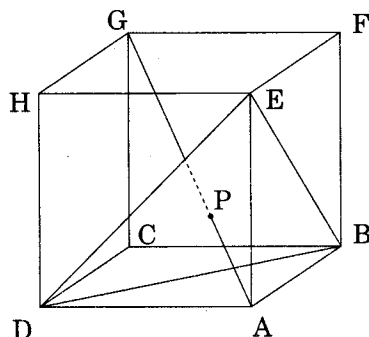
対角線 AG と平面 BDE との交点を P とする。

(1) $\overrightarrow{AG}$ は平面 BDE に直交することを示せ。

(2) $\overrightarrow{AP}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。また $\overrightarrow{AP}$ の大きさを求めよ。

(3) 線分 BD, DE, EB を 1 : 2 に内分する点

を、それぞれ Q, R, S とするとき、三角錐 A-QRS の体積を求めよ。



〔Ⅲ〕 $a_1 = 1$, $a_2 = 6$ ならびに

$$2(2n+3)a_{n+1} = (n+1)a_{n+2} + 4(n+2)a_n \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

で定義される数列 $\{a_n\}$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $b_n = a_{n+1} - 2a_n$ とおくとき、 b_n を n の式で表せ。
- (2) a_n を n の式で表せ。
- (3) 初項から第 n 項までの和 $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ を求めよ。

〔Ⅳ〕 曲線 $y = ax^3 + bx^2 + cx + 3$ ($a > 0$) が x 軸と 3 点 $(3, 0)$, $(\alpha, 0)$, $(\beta, 0)$

($3 > \alpha > \beta$) で交わり,

$$3 - \alpha = \frac{7 - \sqrt{5}}{2}, \quad \alpha - \beta = \sqrt{5}$$

の関係が成り立つとき, 次の問いに答えよ。

(1) a, b, c の値を求めよ。

(2) $\alpha \geq x \geq \beta$ の範囲で, この曲線と x 軸によって囲まれる部分の面積を求めよ。