

平成 19 年度入学者選抜学力検査問題(前期日程)

数	学
---	---

I ・ II ・ III ・ A ・ B ・ C

(注 意)

1. 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は 6 ページ，解答用紙は 4 枚である。
指示があってから確認すること。
3. 解答はすべて解答用紙の指定のところに記入すること。
解答用紙の表面だけで書ききれない場合は，裏面の下半分
を使用することができる。
4. 問題Ⅳについては，次の点に注意して解答すること。
工学部および農学部出願者は，〔Ⅳ(A)〕を解答すること。
医学部医学科出願者は，〔Ⅳ(B)〕を解答すること。
5. 解答用紙は持ち帰ってはならないが，問題冊子は必ず持ち
帰ること。

〔Ⅰ〕 三角形ABCの3辺の長さを $BC=a$, $CA=b$, $AB=c$ とする。辺BCを $m:n$ に内分する点をXとし、線分AXの長さを p とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 線分BXおよびCXの長さを a , m , n を用いて表せ。
- (2) $\angle AXC = \theta$ とおくとき、 $\cos \theta$ を p , a , b , m , n を用いて表せ。
- (3) 等式

$$p^2 + \frac{mn}{(m+n)^2} a^2 = \frac{m}{m+n} b^2 + \frac{n}{m+n} c^2$$

が成り立つことを示せ。

- (4) $a=7$, $b=6$, $c=5$ とし、辺BCを1:2に内分する点をP, 辺ACを1:2に内分する点をQとする。線分APと線分BQの交点をRとすると、線分BRの長さを求めよ。

〔Ⅱ〕 xy 平面上を動く点 P の時刻 t における座標が

$$(x(t), y(t)) = \left(\frac{e^t + e^{-t}}{2}, \frac{e^t - e^{-t}}{2} \right)$$

で与えられるとき、次の問いに答えよ。

- (1) 時刻 t における速度ベクトル $\vec{v}(t)$ および加速度ベクトル $\vec{a}(t)$ を求めよ。
- (2) 時刻 t における速度ベクトル $\vec{v}(t)$ と加速度ベクトル $\vec{a}(t)$ のなす角を $\theta(t)$ とするとき、 $\cos \theta(t)$ を求めよ。
- (3) $\theta(t)$ を (2) の通りとすると、 $\int_0^1 \cos \theta(t) dt$ を求めよ。

〔Ⅲ〕 関数 $f(x) = \sqrt{x+1}$, $g(x) = \log(x+1) - 2\log 2 + 2$ があるとき, 次の問いに答えよ。ただし, $x \geq 0$ とする。

- (1) 関数 $f(x)$ および $g(x)$ の導関数を求めよ。
- (2) 関数 $y = f(x) - g(x)$ のグラフをかけ。
- (3) 曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ および y 軸とで囲まれた図形の面積を求めよ。
- (4) 曲線 $y = g(x)$ と y 軸および直線 $y = 2$ とで囲まれた図形を, y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

この問題は、工学部および農学部出願者のためのものである。

医学部医学科出願者は、この問題に答える必要はない。

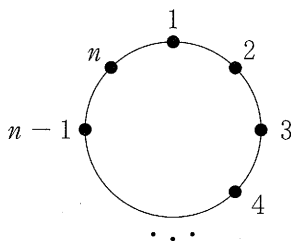
〔Ⅳ(A)〕 実数を係数とする2次方程式 $x^2 - 2ax + a + 6 = 0$ が、次の各条件を満たすとき、定数 a の値の範囲をそれぞれ求めよ。

- (1) 正の解と負の解をもつ。
- (2) 異なる2つの負の解をもつ。
- (3) すべての解が1より大きい。

この問題は、医学部医学科出願者のためのものである。

工学部および農学部出願者は、この問題に答える必要はない。

[Ⅳ(B)] 1 から n までの数が 1 つずつ書かれた n 枚のカードを、下図のように円周上に時計まわりに並べる。2 が書かれたカードから始めて、時計まわりに 1 枚おきにカードを取り除く操作を続けていき、カードが最後の 1 枚になるまで円周上を何回でもまわる。そして残った 1 枚のカードに書かれた数を $f(n)$ とする。ただし、1 枚おきに取り除く操作は、まだ円周上に残っているカードに対して行う。



たとえば、 $n = 9$ のときには、

2, 4, 6, 8, 1, 5, 9, 7

の数が書かれたカードが順に取り除かれるので $f(9) = 3$ である。

また、 $n = 10$ のときには、

2, 4, 6, 8, 10, 3, 7, 1, 9

の数が書かれたカードが順に取り除かれるので $f(10) = 5$ である。

このとき、次の問いに答えよ。ただし、 $f(1) = 1$ とする。

- (1) 2 から 8 までの n に対して $f(n)$ の値を求めよ。
- (2) 自然数 n に対して

$$f(2n) = 2f(n) - 1$$

$$f(2n+1) = 2f(n) + 1$$

が成り立つことを示せ。

(3) 自然数 n に対して

$$f(2^n) = 1$$

が成り立つことを示せ。

(4) $f(2^{10} + 2^9 + \cdots + 2 + 1)$ の値を求めよ。