

平成 23 年度入学者選抜学力検査問題(前期日程)

数	学
---	---

I ・ II ・ III ・ A ・ B ・ C

(工学部・農学部)

(注 意)

1. 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は 4 ページ，解答用紙は 4 枚である。
指示があってから確認すること。
3. 解答はすべて解答用紙の指定のところに記入すること。
解答用紙の表面だけで書ききれない場合は，裏面の下半分
を使用することができる。
4. 解答用紙は持ち帰ってはならないが，問題冊子は必ず持ち
帰ること。

〔Ⅰ〕 $x > 1$ である実数 x に対して $x + \frac{1}{x} = a$ とおくと、次の式を a を用いて表せ。

(1) $x^2 + \frac{1}{x^2}$

(2) $x - \frac{1}{x}$

(3) $x^3 - \frac{1}{x^3}$

〔Ⅱ〕 xy 平面上の円 $C_1 : x^2 + y^2 + ax + by + 28 = 0$ は、点 $A(2, 8)$ と点 $B(7, 7)$ を通る。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 円 C_1 の中心の座標と半径を求めよ。
- (2) 円 C_1 上の点 A, B における接線をそれぞれ l, m とするとき、2 直線 l, m の交点の座標を求めよ。
- (3) x の 2 次関数のグラフ C_2 は (2) で求めた交点を頂点とし、点 A を通る。このとき C_2 と x 軸との交点の座標を求めよ。

〔Ⅲ〕 曲線 $C: y = \log x$ ($x > 0$) について、次の問いに答えよ。ただし、 $\log x$ は x の自然対数である。

- (1) 不定積分 $\int \log x \, dx$ を求めよ。
- (2) 原点から曲線 C に引いた接線 l の方程式および接点の座標を求めよ。
- (3) 曲線 C と (2) で求めた接線 l および x 軸とで囲まれた部分の面積を求めよ。
- (4) 曲線 C と (2) で求めた接線 l および x 軸とで囲まれた部分を x 軸の周りに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

〔Ⅳ〕 半径 a cm の球 B を、球の中心を通る鉛直軸に沿って毎秒 v cm の速さで下の方に動かし、水で一杯に満たされた容器 Q に沈めていく。球 B を沈め始めてから t 秒後までにあふれ出る水の体積を V cm³ とするとき、次の問いに答えよ。ただし、 a 、 v は正の定数で、容器 Q に球 B を完全に水没させることができるとする。

- (1) V を a 、 v 、 t の式で表せ。また変化率 $\frac{dV}{dt}$ が最大になるのは、沈め始めてから何秒後か。
- (2) 容器 Q は一辺の長さが b の正四面体から一面を取り除いた形をしており、開口した面は水平に保たれている。球 B は完全に水面下に入った瞬間、水面と容器 Q の 3 つの面に接するという。 b を a で表せ。