

平成 28 年度入学者選抜学力検査問題(前期日程)

数 学

I ・ II ・ III ・ A ・ B

(医学部医学科)

(注 意)

1. 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は 4 ページ，解答用紙は 4 枚である。
指示があってから確認すること。
3. 解答はすべて解答用紙の指定のところに記入すること。
解答用紙の表面だけで書ききれない場合は，裏面の下半分
を使用することができる。
4. 解答用紙は持ち帰ってはならないが，問題冊子は必ず持ち
帰ること。

〔Ⅰ〕 数列 $\{a_n\}$ を以下のように定める。

$$1^2, 1^2 + 3^2, 1^2 + 3^2 + 5^2, \dots, 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2, \dots$$

また、数列 $\{b_n\}$ を以下のように定める。

$$2^2, 2^2 + 4^2, 2^2 + 4^2 + 6^2, \dots, 2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + (2n)^2, \dots$$

このとき、以下の問いに答えよ。ただし、 n は自然数とする。

- (1) 数列 $\{a_n\}$ の第 n 項を n を用いて表せ。
- (2) 数列 $\{a_n - b_n\}$ の第 n 項を n を用いて表せ。
- (3) $c_n = a_{n+1} - b_n$ とおくと、 c_n が 6 の倍数となるための n の条件を求めよ。

〔Ⅱ〕 xy 平面上に 2 点 $A(0, 1)$, $B(-2, 0)$ と円 $C: x^2 + y^2 - 2y = 0$, および直線 $l: y = kx + 2k$ がある。ただし, k は実数とする。

- (1) 点 A と直線 l の距離を k を用いて表せ。
- (2) 直線 l と円 C が異なる 2 点で交わるように, k の値の範囲を求めよ。
- (3) 直線 l と円 C が異なる 2 点 P, Q で交わるとする。線分 PQ について, $PQ = 2\sqrt{k}$ が成り立つとき, k の値を求めよ。
- (4) (3)で求めた k に対する直線 l と直線 AB のなす角を θ とする。このとき, $\tan \theta$ の値を求めよ。ただし, $0 \leq \theta < \frac{\pi}{4}$ とする。

〔Ⅲ〕 曲線 $C: x^4 - 2xy + y^2 = 0$ に関して、以下の問いに答えよ。

- (1) C 上の点で、 x 座標が最大となる点と、 y 座標が最大となる点をそれぞれ求めよ。
- (2) C で囲まれた図形の面積を求めよ。

[IV] 実数 β は $\beta > 1$ を満たす定数とする。 $x > 0$ に対し関数 $f(x)$ を $f(x) = \frac{\log x}{x^\beta}$ で定めるとき、次の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ の増減を調べ、極値を求めよ。

(2) $t > 0$ ならば $\frac{t^2}{2} < e^t$ であることを用いて、 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ を求めよ。

(3) $a > 1$ を満たす実数 a に対して、 $I(a) = \int_1^a f(x) dx$ とおくとき、 $I(a)$ を求めよ。

(4) 極限值 $\lim_{a \rightarrow \infty} I(a)$ を求めよ。