平成２９年度入学者選抜学力検査問題（前期日程）

医学部医学科

数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・Ａ・Ｂ（出題意図）

〔Ⅰ〕数列と微分・積分法に関する理解と計算力を問う。

〔Ⅱ〕図形と方程式に関する理解と計算力を問う。

〔Ⅲ〕積分法に関する理解と計算力を問う。

〔Ⅳ〕ベクトルと微分法に関する理解と計算力を問う。

平成29年度入学者選抜学力検査問題(前期日程)

数　　学

Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B

(医学部医学科)

(注　意)

1. 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は4ページ，解答用紙は4枚である。
   指示があってから確認すること。
3. 解答はすべて解答用紙の指定のところに記入すること。
   解答用紙の表面だけで書ききれない場合は，裏面の下半分を使用することができる。
4. **解答用紙は持ち帰ってはならないが**，問題冊子は必ず持ち帰ること。

〔Ⅰ〕 数列$\{a_n\}$を次のように定める。$a_1=1$とし，自然数nに対してa_nが定まったとき，曲線$C_n : y=\dfrac{1}{a_n}x^2$上の点$\mathrm{P}_n(a_n,\ a_n)$を通り，点$\mathrm{P}_n$における曲線$C_n$の接線に垂直な直線を$\ell_n$とし，$C_n$と$\ell_n$の共有点のうち，$\mathrm{P}_n$と異なる点の$x$座標を$a_{n+1}$とする。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) 数列$\{a_n\}$の一般項を求めよ。

(2) C_nとℓ_nで囲まれた部分の面積をA_nとするとき，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} A_k$を求めよ。

〔Ⅱ〕 xy 平面において，$kx^2+ky^2+x-y-4k+1=0$ で表される円 C があるとき，以下の問いに答えよ。ただし，k は正の実数とする。

(1) k の値によらず円 C が通る定点 A，B を求めよ。

(2) 円 C の中心 D と点 E(1，5)を結ぶ線分 DE の長さが最小となるときの k の値と，そのときの円 C の半径 r を求めよ。

(3) k を(2)で求めた値とする。円 C 上の点 Q と点 E(1，5)を結ぶ線分 QE の中点を P とする。点 Q が円 C 上を動くとき，△ABP の面積の最大値を求めよ。

〔Ⅲ〕 xy 平面上の曲線 C が

$$|y-3x-2x^2|=-(x-1)(2x-1)$$

で定められているとき，この曲線 C によって囲まれる図形の面積 S を求めたい。以下の問いに答えよ。

(1) 曲線 C 上の点の x 座標がとり得る値の範囲を求めよ。

(2) 面積 S を求めよ。

〔Ⅳ〕 △ABCにおいて，点Bから直線ACに下ろした垂線をBQ，点Cから直線ABに下ろした垂線をCPとし，直線BQと直線CPの交点をHとする。$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{b}$とおくとき，以下の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{AP}$，$\overrightarrow{AQ}$をそれぞれ$\vec{a}$，$\vec{b}$を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{AH}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$を用いて表し，$\overrightarrow{AH}$は$\overrightarrow{BC}$に直交することを示せ。

(3) 直線AHと直線BCの交点をRとする。$a=|\vec{a}|$，$b=|\vec{b}|$，$x=\cos\angle A$とおくとき，$|\overrightarrow{AR}|^2$をa，b，xを用いて表せ。

(4) $AB \neq AC$を満たす△ABCにおいて，辺ABおよび辺ACの長さをそれぞれa，bで一定に保ちながら$\angle A$の大きさを$0<\angle A<\pi$の範囲で動かすとき，$|\overrightarrow{AR}|^2$の最大値を求めよ。また，そのとき△ABCはどのような三角形か。