

平成30年度入学者選抜学力検査問題（前期日程）

医学部医学科

数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B（出題の意図）

- 〔Ⅰ〕 複素数の基礎的な知識と理解を問う。
- 〔Ⅱ〕 空間のベクトルに関する理解と計算力を問う。
- 〔Ⅲ〕 微分法，積分法（置換積分，部分積分）の理解と計算力を問う。
- 〔Ⅳ〕 図形の面積と定積分，微分法の応用（関数の極値）に関する理解と計算力を問う。

平成 30 年度入学者選抜学力検査問題(前期日程)

数	学
---	---

I ・ II ・ III ・ A ・ B

(医学部医学科)

(注 意)

1. 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は 4 ページ，解答用紙は 4 枚である。
指示があってから確認すること。
3. 解答はすべて解答用紙の指定のところに記入すること。
解答用紙の表面だけで書ききれない場合は，裏面の下半分
を使用することができる。
4. 解答用紙は持ち帰ってはならないが，問題冊子は必ず持ち
帰ること。

〔Ⅰ〕 複素数平面上の点 $z (z \neq 0)$ に対して、 $w = \frac{1}{z}$ で表される点 w がある。2 点 $z_1 = 1$ と $z_2 = i$ を結ぶ線分上を点 z が動くとき、点 w はどのような図形を描くか図示せよ。ただし、 i は虚数単位とする。

〔Ⅱ〕 原点を O とする座標空間内の 3 点 $A(-3, -3, 1)$, $B(3, -3, -5)$, $C(-1, 1, 3)$ を頂点とする三角形 ABC において, 点 A から直線 BC に下ろした垂線を AH とする。また, 平面 ABC に垂直なベクトル $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ と同じ向きに, 点 H から距離 d だけ進んだ点を P とする。以下の問いに答えよ。ただし $|\vec{v}| = 1$ とし, $v_1 > 0$ とする。

- (1) $\overrightarrow{OH}$ を求めよ。
- (2) $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ を求めよ。
- (3) $d = 2$ のとき, 三角形 PBC の面積を求めよ。
- (4) 三角形 PBC の面積を S , 三角形 PAB の面積を T , 三角形 PAC の面積を U とする。 $S^2 = T^2 - U^2$ となる d を求めよ。

1. The first part of the paper is devoted to the study of the properties of the function $f(x)$ defined by the equation

$$f(x) = \int_0^x \frac{1}{1+t^2} dt, \quad (1)$$

where x is a real number. It is shown that the function $f(x)$ is increasing and concave down on the interval $(-\infty, \infty)$. Moreover, it is proved that the function $f(x)$ has a horizontal asymptote at $y = \frac{\pi}{2}$ as $x \rightarrow \infty$ and $y = -\frac{\pi}{2}$ as $x \rightarrow -\infty$.

2. In the second part of the paper, we consider the function $g(x)$ defined by the equation

$$g(x) = \int_0^x \frac{t}{1+t^2} dt, \quad (2)$$

where x is a real number. It is shown that the function $g(x)$ is an odd function and that it has a horizontal asymptote at $y = \frac{\pi}{2}$ as $x \rightarrow \infty$ and $y = -\frac{\pi}{2}$ as $x \rightarrow -\infty$.

3. In the third part of the paper, we consider the function $h(x)$ defined by the equation

$$h(x) = \int_0^x \frac{t^2}{1+t^2} dt, \quad (3)$$

where x is a real number. It is shown that the function $h(x)$ is an even function and that it has a horizontal asymptote at $y = \frac{\pi}{2}$ as $x \rightarrow \infty$ and $y = -\frac{\pi}{2}$ as $x \rightarrow -\infty$.

4. In the fourth part of the paper, we consider the function $k(x)$ defined by the equation

$$k(x) = \int_0^x \frac{t^3}{1+t^2} dt, \quad (4)$$

where x is a real number. It is shown that the function $k(x)$ is an odd function and that it has a horizontal asymptote at $y = \frac{\pi}{2}$ as $x \rightarrow \infty$ and $y = -\frac{\pi}{2}$ as $x \rightarrow -\infty$.

5. In the fifth part of the paper, we consider the function $l(x)$ defined by the equation

$$l(x) = \int_0^x \frac{t^4}{1+t^2} dt, \quad (5)$$

where x is a real number. It is shown that the function $l(x)$ is an even function and that it has a horizontal asymptote at $y = \frac{\pi}{2}$ as $x \rightarrow \infty$ and $y = -\frac{\pi}{2}$ as $x \rightarrow -\infty$.

6. In the sixth part of the paper, we consider the function $m(x)$ defined by the equation

$$m(x) = \int_0^x \frac{t^5}{1+t^2} dt, \quad (6)$$

where x is a real number. It is shown that the function $m(x)$ is an odd function and that it has a horizontal asymptote at $y = \frac{\pi}{2}$ as $x \rightarrow \infty$ and $y = -\frac{\pi}{2}$ as $x \rightarrow -\infty$.

7. In the seventh part of the paper, we consider the function $n(x)$ defined by the equation

$$n(x) = \int_0^x \frac{t^6}{1+t^2} dt, \quad (7)$$

〔Ⅲ〕 0 以上の整数 n に対し, $I_n = \lim_{r \rightarrow \infty} \int_0^r x^{2n+1} e^{-x^2} dx$ とおくとき, 以下の問いに答えよ。ただし, 必要ならば, k を自然数とすると, $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t^k}{e^t} = 0$ であることを用いてよい。

- (1) 関数 $y = x^{2n+1} e^{-x^2}$ の極値を求め, そのグラフをかけ。
- (2) I_0, I_1 を求めよ。
- (3) I_n を求めよ。

〔Ⅳ〕 t を 1 でない実数とすると、 $x \geq 0$ の範囲において、2 つの曲線 $y = x^3 - x$ と $y = t^3x^3 - tx$ で囲まれた部分の面積を $F(t)$ とする。以下の問いに答えよ。

- (1) $F(t)$ を求めよ。
- (2) 関数 $F(t)$ の極値を求めよ。

