

I 実数 a が $a + \frac{1}{a} = \sqrt{5}$ をみたすとき、次の値を求めよ。

(1) $a^2 + \frac{1}{a^2}$

(2) $a^5 + \frac{1}{a^5}$

II 方程式

$$2 \cos^3 x + \cos 2x - a = 0$$

が $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$ においてただ 1 つの解をもつとき、実数 a がみたす範囲を求めよ。

III 放物線 $C_1: y = -x^2 + 2x$, $C_2: y = x^2 - ax$ ($a > 0$) で囲まれた図形 D について、次の問いに答えよ。

(1) D の面積を求めよ。

(2) 放物線 C_1 , C_2 の 2 交点を通る直線は、 D の面積を 2 等分することを示せ。