

I 実数 a が $a + \frac{1}{a} = \sqrt{5}$ をみたすとき, 次の値を求めよ。

(1) $a^2 + \frac{1}{a^2}$

(2) $a^5 + \frac{1}{a^5}$

II

方程式

$$2 \cos^3 x + \cos 2x - a = 0$$

が $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$ においてただ 1 つの解をもつとき、実数 a がみたす範囲を求めよ。

III 放物線 $y = x^2$ と直線 $y = kx + \frac{1}{4}$ で囲まれた図形の面積 $S(k)$ について、次の問いに答えよ。

(1) $S(k)$ を求めよ。

(2) 極限值

$$\lim_{k \rightarrow -\infty} \frac{S(k)}{k^3} \text{ および } \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{S(k)}{k^3}$$

を求めよ。

(3) 実数 k ($k \neq 0$) についての関数 $f(k) = \frac{S(k)}{k^3}$ のグラフの概形をかけ。