

薬学部試験問題

数 学

注 意

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は1ページから3ページにわたっています。問題冊子が不備な場合は、直ちにその旨を監督者に申し出て下さい。
3. 解答用紙は3枚で、問題冊子とは別になっています。各解答用紙には志望学部を書く欄が1か所と受験番号を書く欄が2か所あります。もれなく記入して下さい。
4. 解答は指定された解答用紙に記入して下さい。その際、解答用紙の番号を間違えないようにして下さい。
5. 解答用紙の裏面には解答を書かないで下さい。
6. 解答用紙は一切持ち帰ってはいけません。
7. 問題冊子、計算用紙は持ち帰って下さい。

I 関数 $f(x)$ が

$$f(x) = \cos x + \frac{8}{7} \int_0^{\frac{\pi}{3}} f(t) \sin t \, dt$$

を満たすとき、次の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ を求めよ。

(2) α を 0 でない定数とするとき、不定積分 $\int x^2 \sin \alpha x \, dx$ を求めよ。

(3) 2 曲線 $y = f(x)$ ($0 \leq x \leq \pi$) と $y = f\left(\frac{x}{2}\right)$ ($0 \leq x \leq 2\pi$)、および x 軸で囲まれた図形を図示せよ。

(4) (3) の図形を y 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ。

(解答用紙は、**I** を使用せよ)

葉 I

Ⅱ 次の問いに答えよ。

- (1) 平面上の 2 円 C_1, C_2 が、異なる 2 点 P, Q で交わっているとする。点 P における円 C_1 の接線と点 P における円 C_2 の接線のなす角を α ($0^\circ < \alpha \leq 90^\circ$) とし、点 Q における円 C_1 の接線と点 Q における円 C_2 の接線のなす角を β ($0^\circ < \beta \leq 90^\circ$) とする。このとき、 $\alpha = \beta$ であることを示せ。
- (2) xy 平面上の 2 点 $(1, 0), (0, 1)$ を通る円 C_1 が、円 $C_2: x^2 + y^2 = 4$ と異なる 2 点で交わるとする。(1) における角 $\alpha (= \beta)$ が 90° であるとき、円 C_1 の方程式を求めよ。

(解答用紙は、**Ⅱ** を使用せよ)

葉 Ⅱ

Ⅲ 関数 $f(x)$ が連続な第2次導関数 $f''(x)$ をもち、正の定数 M に対して、区間 $[a, b]$ 上で常に $|f''(x)| \leq M$ を満たすとする。次の問いに答えよ。

(1) $c \in [a, b]$ とする。このとき、任意の $x \in [a, b]$ に対して

$$f(c) + f'(c)(x - c) - \frac{M}{2}(x - c)^2 \leq f(x) \leq f(c) + f'(c)(x - c) + \frac{M}{2}(x - c)^2$$

が成り立つことを示せ。

(2) (1) において、 c が $[a, b]$ の中点であるとき

$$\left| \int_a^b f(x) dx - f(c)(b - a) \right| \leq \frac{M}{24}(b - a)^3$$

が成り立つことを示せ。

(3) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して

$$\left| \int_a^b f(x) dx - \sum_{k=1}^n f\left(a + \frac{2k-1}{2n}(b-a)\right) \frac{b-a}{n} \right| \leq \frac{M}{24n^2}(b-a)^3$$

が成り立つことを示せ。

(解答用紙は、Ⅲ を使用せよ)

葉 Ⅲ