

理学部数学科試験問題

数 学

注 意

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は1ページから3ページにわたっています。問題冊子に不備がある場合は、直ちに監督者に申し出て下さい。
3. 解答用紙は3枚で、問題冊子とは別になっています。各解答用紙には志望学部を書く欄が1か所と受験番号を書く欄が2か所あります。もれなく記入して下さい。
4. 解答は指定された解答用紙に記入して下さい。その際、解答用紙の番号を間違えないようにして下さい。指定された解答用紙以外に記入した解答は、評価（採点）の対象としません。
5. 解答用紙の裏面には解答を書いてはいけません。解答用紙の指定された場所以外に記入した解答は、評価（採点）の対象としません。
6. 解答用紙は一切持ち帰ってはいけません。
7. 問題冊子、計算用紙は持ち帰って下さい。

1 曲線 $C_1 : y = \sin 2x$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$) と x 軸で囲まれた図形が、曲線 $C_2 : y = k \cos x$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, k は正の定数) によって2つの部分に分割されているとする。そのうちの、 C_1 と C_2 で囲まれた部分の面積を S_1 とし、 C_1 と C_2 および x 軸で囲まれた部分の面積を S_2 とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 2 曲線 C_1, C_2 の、点 $(\frac{\pi}{2}, 0)$ と異なる交点の x 座標を α とするとき、 k を α を用いて表せ。
- (2) S_1 を α を用いて表せ。
- (3) $S_1 = 2S_2$ のとき、 k の値を求めよ。

(解答用紙は、**1** を使用せよ)

数 1

2 $f(x) = (1+x)^{\frac{1}{x}}$ ($x > 0$) とするとき、次の問いに答えよ。

(1) $\log f(x)$ を微分することによって、 $f(x)$ の導関数を求めよ。

(2) $0 < x_1 < x_2$ をみたす実数 x_1, x_2 に対して、 $f(x_1) > f(x_2)$ であることを証明せよ。

(3) $\left(\frac{101}{100}\right)^{101}$ と $\left(\frac{100}{99}\right)^{99}$ の大小を比較せよ。

(解答用紙は、**2** を使用せよ)

数 2

3 $0 \leq t \leq 1$ をみたす t に対し, $\sin x = t$ となる x が $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲にただ 1 つ存在する。
その x を $f(t)$ と表すことにする。さらに, t の関数 $g(t)$ を

$$g(t) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} |\sin x - t| dx - 2tf(t) + \frac{3}{2}\pi t$$

で定義する。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} |\sin x - t| dx$ を, t と $f(t)$ を用いて表せ。

(2) $g(t)$ を, $f(t)$ を含まない式で表せ。

(3) $g(t)$ の $0 \leq t \leq 1$ における最大値を求めよ。

(解答用紙は, **3** を使用せよ)

数 3