

理学部数学科試験問題

数 学

注 意

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は1ページから3ページにわたっています。問題冊子に不備がある場合は、直ちに監督者に申し出て下さい。
3. 解答用紙は3枚で、問題冊子とは別になっています。各解答用紙には志望学部を書く欄が1か所と受験番号を書く欄が2か所あります。もれなく記入して下さい。
4. 解答は指定された解答用紙に記入して下さい。その際、解答用紙の番号を間違えないようにして下さい。指定された解答用紙以外に記入した解答は、評価（採点）の対象としません。
5. 解答用紙の裏面には解答を書いてはいけません。解答用紙の指定された場所以外に記入した解答は、評価（採点）の対象としません。
6. 解答用紙は一切持ち帰ってはいけません。
7. 問題冊子、計算用紙は持ち帰って下さい。

1 次の問いに答えよ。

(1) 定積分 $I = \int_0^{\pi} e^x \cos x \, dx$ と $J = \int_0^{\pi} e^x \sin x \, dx$ の値を求めよ。

(2) 実数 a, b が

$$\int_0^{\pi} (a \cos x + b \sin x)^2 \, dx = 1$$

をみたしながら動くとき

$$\int_0^{\pi} (e^x - a \cos x - b \sin x)^2 \, dx$$

の最大値を求めよ。

(解答用紙は, **1** を使用せよ)

数 1

2 $f(x) = x^3 + x^2 + 7x + 3$, $g(x) = \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 + 1}$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) 方程式 $f(x) = 0$ はただ 1 つの実数解をもち、その実数解 α は $-2 < \alpha < 0$ をみたすことを示せ。
- (2) 曲線 $y = g(x)$ の漸近線を求めよ。
- (3) α を用いて関数 $y = g(x)$ の増減を調べ、そのグラフをかけ。ただし、グラフの凹凸を調べる必要はない。

(解答用紙は、**2** を使用せよ)

数 2

3 平面内の2つの単位ベクトル $\vec{a}$ と $\vec{b}$ に対して

$$\vec{v} = \frac{1}{2 \sin \frac{\theta}{2}} (\vec{b} - \vec{a})$$

とおく。ただし、 θ は $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角であり、 $0 < \theta < \pi$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{v}$ と $\vec{b} \cdot \vec{v}$ を θ を用いて表せ。
- (2) $\vec{x}$ を、 $\vec{a}$ に垂直で、 $\vec{x} \cdot \vec{b} > 0$ をみたす単位ベクトルとする。このとき $\vec{x}$ を $\vec{a}$ と $\vec{v}$ を用いて表せ。
- (3) $\theta = \frac{\pi}{6}$ のとき、 $\vec{a} \cdot \vec{v}$ の値を求めよ。

(解答用紙は、**3** を使用せよ)

数 3