

医学部医学科試験問題

数 学

注 意

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は1ページから3ページにわたっています。問題冊子に不備がある場合は、直ちに監督者に申し出て下さい。
3. 解答用紙は3枚で、問題冊子とは別になっています。各解答用紙には志望学部を書く欄が1か所と受験番号を書く欄が2か所あります。もれなく記入して下さい。
4. 解答は指定された解答用紙に記入して下さい。その際、解答用紙の番号を間違えないようにして下さい。指定された解答用紙以外に記入した解答は、評価（採点）の対象としません。
5. 解答用紙の裏面には解答を書いてはいけません。解答用紙の指定された場所以外に記入した解答は、評価（採点）の対象としません。
6. 解答用紙は一切持ち帰ってはいけません。
7. 問題冊子、計算用紙は持ち帰って下さい。

1 次の問いに答えよ。

- (1) すべての実数 x について $x^2 + k > |x|$ が成立するような、定数 k の範囲を求めよ。
- (2) 放物線 $C_1: y = x^2 + k$ を考える。ただし、定数 k は (1) の範囲にあるとする。直線 $y = x$ に関して C_1 と対称な曲線を C_2 とする。 C_1 上に点 P_1 を、 C_2 上に点 P_2 をとる。点 P_1 の x 座標を s 、点 P_2 の y 座標を t とする。また原点を $O(0, 0)$ とする。
- (a) $\triangle OP_1P_2$ の面積を A とおく。 A を s と t を用いて表せ。ただし、3点 $O(0, 0)$, $L(a, b)$, $M(c, d)$ が同一直線上にないとき、その3点を頂点とする $\triangle OLM$ の面積が $\frac{1}{2}|ad - bc|$ であることは使ってよい。
- (b) t を固定する。 s が実数全体を動くときの A の最小値を B とする。 B を t を用いて表せ。
- (c) t が実数全体を動くときの B の最小値を求めよ。

(解答用紙は、**1** を使用せよ)

図 1

2 p を実数とする。すべての実数 x に対して

$$u(x) = x^2 + p \int_0^1 (1+tx)u(t) dt$$

をみたす関数 $u(x)$ が存在するかどうかを考える。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) もしこのような $u(x)$ が存在すれば、 $u(x)$ は 2 次関数であることを示せ。
- (2) このような $u(x)$ が存在しないような p の値をすべて求めよ。

(解答用紙は、**2** を使用せよ)

医 2

3 実数を成分とする行列 $A = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & c \end{pmatrix}$ は $A^2 - A + E = O$ をみたすとする。ただし、 E は 2 次の単位行列、 O は 2 次の零行列を表し、 $b > 0$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) b と c を、それぞれ a を用いて表せ。

(2) 2 つのベクトル $A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ と $A \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ が垂直であるとき、行列 A を求めよ。

(3) A を (2) で求めた行列とする。1 個のさいころを $k+1$ 回投げて、出た目を順に $m_1, m_2, \dots, m_{k+1}$ とする。このときベクトル $P_0, P_1, P_2, \dots, P_{k+2}$ を次のように定める。

$$\bullet P_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad P_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\bullet P_{n+1} = P_n + A^{m_n}(P_n - P_{n-1}) \quad (n = 1, 2, \dots, k+1)$$

さらに、ベクトル $P_1, \dots, P_{k+1}$ がすべて異なり $P_{k+2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ となる確率を q_k とする。このとき、 q_1, q_2, q_3 を、それぞれ求めよ。

(解答用紙は、3 を使用せよ)

医 3