

前期日程

実施年月日
24.2.25
富山大学

理学部数学科試験問題

数 学

注 意

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は1ページから3ページにわたっています。解答用紙は3枚、計算用紙は1枚で、問題冊子とは別になっています。試験開始の合図があつてから直ちに確認し、不備がある場合は監督者に申し出て下さい。
3. 各解答用紙には志望学部を書く欄が1か所と受験番号を書く欄が2か所あります。もれなく記入して下さい。
4. 解答は指定された解答用紙に記入して下さい。その際、解答用紙の番号を間違えないようにして下さい。指定された解答用紙以外に記入した解答は、評価（採点）の対象としません。
5. 解答用紙の裏面には解答を書いてはいけません。解答用紙の指定された場所以外に記入した解答は、評価（採点）の対象としません。
6. 解答用紙は一切持ち帰ってはいけません。
7. 問題冊子、計算用紙は持ち帰って下さい。

1 次の問いに答えよ。

(1) すべての実数  $x$  に対して、次の不等式が成り立つことを示せ。

$$e^{-x^2} \leq \frac{1}{1+x^2}$$

(2) 次の不等式が成り立つことを示せ。

$$\frac{e-1}{e} < \int_0^1 e^{-x^2} dx < \frac{\pi}{4}$$

(解答用紙は、1 を使用せよ)

数 1

2  $x > 0$  のとき,  $\tan \theta = x$  となる  $\theta$  が  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  の範囲にただ 1 つ存在する。その  $\theta$  を  $f(x)$  と表すことにする。

(1)  $f\left(\frac{2}{k}\right) + f\left(\frac{2}{\ell}\right) = \frac{\pi}{4}$  を満たす自然数の組  $(k, \ell)$  を求めよ。ただし,  $k \leq \ell$  とする。

(2) 自然数  $m, n$  について,  $\sin\left\{2f\left(\frac{m}{n}\right)\right\}$  を  $m$  と  $n$  を用いて表せ。

(3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{m=1}^n \sin\left\{2f\left(\frac{m}{n}\right)\right\}$  を求めよ。

(解答用紙は, 2 を使用せよ)

数 2

3 箱の中に、数字の 1 が書かれたカードと数字の 2 が書かれたカードが、それぞれ 1 枚ずつ入っている。この箱の中から 1 枚のカードを取り出し、数字を記録して箱に戻す。これを  $n$  回繰り返したとき、記録された数字の和が 3 の倍数である確率を  $P_n$  とする。

- (1)  $P_1, P_2$  を求めよ。
- (2)  $P_{n+1}$  を  $P_n$  を用いて表せ。
- (3)  $P_n$  を  $n$  を用いて表せ。

(解答用紙は、3 を使用せよ)

数 3