

前期日程

実施年月日
24. 25
富山大学

医学部医学科試験問題

数 学

注 意

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は1ページから3ページにわたっています。解答用紙は3枚、計算用紙は1枚で、問題冊子とは別になっています。試験開始の合図があつてから直ちに確認し、不備がある場合は監督者に申し出て下さい。
3. 各解答用紙には志望学部を書く欄が1か所と受験番号を書く欄が2か所あります。もれなく記入して下さい。
4. 解答は指定された解答用紙に記入して下さい。その際、解答用紙の番号を間違えないようにして下さい。指定された解答用紙以外に記入した解答は、評価（採点）の対象としません。
5. 解答用紙の裏面には解答を書いてはいけません。解答用紙の指定された場所以外に記入した解答は、評価（採点）の対象としません。
6. 解答用紙は一切持ち帰ってはいけません。
7. 問題冊子、計算用紙は持ち帰って下さい。

1 次の問いに答えよ。

(1) すべての実数 x に対して、次の不等式が成り立つことを示せ。

$$e^{-x^2} \leq \frac{1}{1+x^2}$$

(2) 次の不等式が成り立つことを示せ。

$$\frac{e-1}{e} < \int_0^1 e^{-x^2} dx < \frac{\pi}{4}$$

(解答用紙は、1 を使用せよ)

医 1

2 $x > 0$ のとき, $\tan \theta = x$ となる θ が $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲にただ 1 つ存在する。その θ を $f(x)$ と表すことにする。

(1) 3 以上の素数 p に対して, $f\left(\frac{p}{k}\right) + f\left(\frac{p}{\ell}\right) = \frac{\pi}{4}$ を満たす自然数の組 (k, ℓ) を求めよ。ただし, $k \leq \ell$ とする。

(2) 自然数 m, n について, $\sin\left\{2f\left(\frac{m}{n}\right)\right\}$ を m と n を用いて表せ。

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{m=1}^n \sin\left\{2f\left(\frac{m}{n}\right)\right\}$ を求めよ。

(解答用紙は, 2 を使用せよ)

医 2

3 行列 $A = \begin{pmatrix} 0 & x \\ y & z \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & w \\ w & 0 \end{pmatrix}$ は次の条件 (ア), (イ) を満たしているとする。

(ア) $A^2 + A + E = O$

(イ) $B^2 = E$

ただし, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ である。

(1) x, y, z, w がすべて整数で $x < yw$ を満たすとき, x, y, z, w を求めよ。

(2) (1) で求めた x, y, z, w に対して, ベクトル $\begin{pmatrix} p_n \\ q_n \end{pmatrix}$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) を次のように定める。

• $\begin{pmatrix} p_0 \\ q_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

• $\begin{pmatrix} p_n \\ q_n \end{pmatrix}$ が決まったとき, 硬貨を投げて表が出れば $\begin{pmatrix} p_{n+1} \\ q_{n+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} p_n \\ q_n \end{pmatrix}$, 裏が出れば

$\begin{pmatrix} p_{n+1} \\ q_{n+1} \end{pmatrix} = B \begin{pmatrix} p_n \\ q_n \end{pmatrix}$ とする。

(a) $\begin{pmatrix} p_n \\ q_n \end{pmatrix}$ は $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ のいずれかであることを示せ。

(b) $\begin{pmatrix} p_n \\ q_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ となる確率を X_n , $\begin{pmatrix} p_n \\ q_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ となる確率を Y_n , $\begin{pmatrix} p_n \\ q_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ となる確率を Z_n とするとき, X_{n+1} , Y_{n+1} , Z_{n+1} をそれぞれ Y_n を用いて表せ。また, X_n を n を用いて表せ。

(解答用紙は, 3 を使用せよ)

医 3