

前期日程

実施年月日
24. 25
宝山大学

薬学部試験問題

数 学

注 意

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は1ページから3ページにわたっています。解答用紙は3枚、計算用紙は1枚で、問題冊子とは別になっています。試験開始の合図があってから直ちに確認し、不備がある場合は監督者に申し出て下さい。
3. 各解答用紙には志望学部を書く欄が1か所と受験番号を書く欄が2か所あります。もれなく記入して下さい。
4. 解答は指定された解答用紙に記入して下さい。その際、解答用紙の番号を間違えないようにして下さい。指定された解答用紙以外に記入した解答は、評価（採点）の対象としません。
5. 解答用紙の裏面には解答を書いてはいけません。解答用紙の指定された場所以外に記入した解答は、評価（採点）の対象としません。
6. 解答用紙は一切持ち帰ってはいけません。
7. 問題冊子、計算用紙は持ち帰って下さい。

1 次の問いに答えよ。

(1) すべての実数  $x$  に対して、次の不等式が成り立つことを示せ。

$$e^{-x^2} \leq \frac{1}{1+x^2}$$

(2) 次の不等式が成り立つことを示せ。

$$\frac{e-1}{e} < \int_0^1 e^{-x^2} dx < \frac{\pi}{4}$$

(解答用紙は、1 を使用せよ)

薬 1

□2  $x > 0$  のとき,  $\tan \theta = x$  となる  $\theta$  が  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  の範囲にただ 1 つ存在する。その  $\theta$  を  $f(x)$  と表すことにする。

(1)  $f\left(\frac{2}{k}\right) + f\left(\frac{2}{\ell}\right) = \frac{\pi}{4}$  を満たす自然数の組  $(k, \ell)$  を求めよ。ただし,  $k \leq \ell$  とする。

(2) 自然数  $m, n$  について,  $\sin \left\{ 2f\left(\frac{m}{n}\right) \right\}$  を  $m$  と  $n$  を用いて表せ。

(3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{m=1}^n \sin \left\{ 2f\left(\frac{m}{n}\right) \right\}$  を求めよ。

(解答用紙は, □2 を使用せよ)

葉 2

3 行列  $A = \begin{pmatrix} 0 & x \\ y & z \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & w \\ w & 0 \end{pmatrix}$  は次の条件 (ア), (イ) を満たしているとする。

(ア)  $A^2 + A + E = O$

(イ)  $B^2 = E$

ただし,  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  である。

(1)  $x, y, z, w$  がすべて整数で  $x < yw$  を満たすとき,  $x, y, z, w$  を求めよ。

(2) (1) で求めた  $x, y, z, w$  に対して, ベクトル  $\begin{pmatrix} p_n \\ q_n \end{pmatrix}$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) を次のように定める。

•  $\begin{pmatrix} p_0 \\ q_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

•  $\begin{pmatrix} p_n \\ q_n \end{pmatrix}$  が決まったとき, 硬貨を投げて表が出れば  $\begin{pmatrix} p_{n+1} \\ q_{n+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} p_n \\ q_n \end{pmatrix}$ , 裏が出れば

$\begin{pmatrix} p_{n+1} \\ q_{n+1} \end{pmatrix} = B \begin{pmatrix} p_n \\ q_n \end{pmatrix}$  とする。

このとき,  $\begin{pmatrix} p_3 \\ q_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  となる確率を求めよ。

(解答用紙は, 3 を使用せよ)

葉 3