

理学部数学科試験問題

数 学

注 意

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は1ページから3ページにわたっています。解答用紙は3枚、計算用紙は1枚で、問題冊子とは別になっています。試験開始の合図があってから直ちに確認し、不備がある場合は監督者に申し出て下さい。
3. 各解答用紙には志望学部を書く欄が1か所と受験番号を書く欄が2か所あります。もれなく記入して下さい。
4. 解答は指定された解答用紙に記入して下さい。その際、解答用紙の番号を間違えないようにして下さい。指定された解答用紙以外に記入した解答は、評価（採点）の対象としません。
5. 解答用紙の裏面には解答を書いてはいけません。解答用紙の指定された場所以外に記入した解答は、評価（採点）の対象としません。
6. 解答用紙は一切持ち帰ってはいけません。
7. 問題冊子、計算用紙は持ち帰って下さい。

1 関数 $f(x) = x + 2\sin x$ を考える。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $y = f(x)$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) の増減を調べ、そのグラフをかけ。
- (2) $0 < x < 2\pi$ において関数 $f(x)$ が極値をとるときの x の値を α, β ($0 < \alpha < \beta < 2\pi$) とする。曲線 $y = f(x)$ の $\alpha \leq x \leq \beta$ の部分と x 軸、および 2 直線 $x = \alpha, x = \beta$ で囲まれた部分を x 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

(解答用紙は、1 を使用せよ)

数 1

2 $f(x) = (1-x)^3$ とし、曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(0, 1)$ における接線の方程式を $y = p(x)$ 、点 $(t, f(t))$ における接線の方程式を $y = q_t(x)$ とする。さらに、関数 $F(t)$ を

$$F(t) = \int_0^t p(x) dx + \int_t^1 q_t(x) dx$$

と定める。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $F(t)$ を求めよ。
- (2) $F'(0)$, $F'(1)$ の値を求めよ。
- (3) $F(t)$ を最大にする t の値がただ 1 つ定まることを示せ。

(解答用紙は、2 を使用せよ)

数 2

〔3〕 $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ を満たす実数 t に対して、 xy 平面上に 2 点 $A(1+2t, (1+t)\cos t + \sin t)$, $B(-1, -(1+t)\cos t + \sin t)$ を考える。2 点 A, B を通る直線を ℓ_t とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 直線 ℓ_t の方程式を求めよ。

(2) k を定数とし、直線 ℓ_t と直線 $x=k$ との交点を P とする。 t が $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき、点 P の y 座標のとりうる値の範囲を k を用いて表せ。

(3) t が $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき、直線 ℓ_t の通りうる領域を図示せよ。

(解答用紙は、〔3〕を使用せよ)

数 3