

薬学部試験問題

数 学

注 意

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は1ページから3ページにわたっています。解答用紙は3枚、計算用紙は1枚で、問題冊子とは別になっています。試験開始の合図があってから直ちに確認し、不備がある場合は監督者に申し出て下さい。
3. 各解答用紙には志望学部を書く欄が1か所と受験番号を書く欄が2か所あります。もれなく記入して下さい。
4. 解答は指定された解答用紙に記入して下さい。その際、解答用紙の番号を間違えないようにして下さい。指定された解答用紙以外に記入した解答は、評価（採点）の対象としません。
5. 解答用紙の裏面には解答を書いてはいけません。解答用紙の指定された場所以外に記入した解答は、評価（採点）の対象としません。
6. 解答用紙は一切持ち帰ってはいけません。
7. 問題冊子、計算用紙は持ち帰って下さい。

1 関数 $f(x) = x + 2\sin x$ を考える。このとき、次の問いに答えよ。

(1) $y = f(x)$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) の増減を調べ、そのグラフをかけ。

(2) $0 < x < 2\pi$ において関数 $f(x)$ が極値をとるときの x の値を α, β ($0 < \alpha < \beta < 2\pi$) とする。曲線 $y = f(x)$ の $\alpha \leq x \leq \beta$ の部分と x 軸、および 2 直線 $x = \alpha, x = \beta$ で囲まれた部分を x 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

(解答用紙は、1 を使用せよ)

葉 1

□2 $f(x) = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4x^3}$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) $x > 1$ のとき、 $f(x) > 1$ となることを示せ。

(2) $x > 1$ のとき、関数 $g(x) = \frac{f(x) - 1}{x - 1}$ は増加関数であることを示せ。

(3) $\lim_{x \rightarrow 1+0} g(x)$, $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$ の値を求めよ。

(4) 数列 $\{x_n\}$ を漸化式

$$x_1 = 2, \quad x_{n+1} = f(x_n) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定めるとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 1$ を示せ。

(解答用紙は、□2 を使用せよ)

葉 2

$\boxed{3}$ 実数を成分とする行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ は、 $A^3 - 3A + 2E = O$ 、 $A \neq -2E$ かつ $a + d \neq 2$ を満たすとする。ただし、 E は単位行列 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 、 O は零行列 $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ を表すとする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) A は単位行列 E の実数倍ではないことを示せ。
- (2) $a + d$ 、 $ad - bc$ の値を求めよ。
- (3) A の逆行列を A^{-1} として、自然数 n に対して、実数 p_n, q_n を等式 $(A^{-1})^n = p_n A + q_n E$ で定める。さらに、 $r_n = q_n - 2p_n$ とするとき、無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} r_n$ の和を求めよ。

(解答用紙は、 $\boxed{3}$ を使用せよ)

薬 3