

薬学部試験問題

数 学

注 意

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は1ページから3ページにわたっています。解答用紙は3枚、計算用紙は1枚で、問題冊子とは別になっています。試験開始の合図があってから直ちに確認し、不備がある場合は監督者に申し出て下さい。
3. 各解答用紙には志望学部を書く欄が1か所と受験番号を書く欄が2か所あります。もれなく記入して下さい。
4. 解答は指定された解答用紙に記入して下さい。その際、解答用紙の番号を間違えないようにして下さい。指定された解答用紙以外に記入した解答は、評価（採点）の対象としません。
5. 解答用紙の裏面には解答を書いてはいけません。解答用紙の指定された場所以外に記入した解答は、評価（採点）の対象としません。
6. 解答用紙は一切持ち帰ってはいけません。
7. 問題冊子、計算用紙は持ち帰って下さい。

1 次の問いに答えよ。

(1) $x > 0$ のとき, 不等式 $\log x > -\frac{1}{\sqrt{x}}$ が成り立つことを示せ。

(2) $f(x) = x^2 \log x$ ($x > 0$) とおく。 $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = 0$ を示せ。

(3) $f(x)$ の増減および凹凸を調べ, $y = f(x)$ のグラフの概形をかけ。

(4) $I(t) = \int_t^2 f(x) dx$ ($t > 0$) とおく。このとき, $\lim_{t \rightarrow +0} I(t)$ を求めよ。

(解答用紙は, **1** を使用せよ)

薬 1

□2 点 P_0 を xy 平面の原点とし、点 P_1 の座標を $(1, 0)$ とする。点 $P_2, P_3, P_4, \dots$ を次のように定める。

$n = 1, 2, 3, \dots$ に対して、点 P_{n-1} を中心として点 P_n を反時計回りに θ ($0 < \theta < \pi$) だけ回転させた点を Q_n とし、点 P_{n+1} を $\overrightarrow{P_{n-1}Q_n} = \overrightarrow{P_nP_{n+1}}$ となるようにとる。

このとき、次の問いに答えよ。

(1) $k = 0, 1, 2, \dots$ に対して、

$$\begin{aligned}\sin \frac{\theta}{2} \cos k\theta &= \frac{1}{2} \left\{ -\sin \left(\frac{2k-1}{2}\theta \right) + \sin \left(\frac{2k+1}{2}\theta \right) \right\} \\ \sin \frac{\theta}{2} \sin k\theta &= \frac{1}{2} \left\{ \cos \left(\frac{2k-1}{2}\theta \right) - \cos \left(\frac{2k+1}{2}\theta \right) \right\}\end{aligned}$$

が成り立つことを示せ。

(2) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して、

$$\begin{aligned}1 + \cos \theta + \dots + \cos n\theta &= \frac{1}{2 \sin \frac{\theta}{2}} \left\{ \sin \left(\frac{2n+1}{2}\theta \right) + \sin \frac{\theta}{2} \right\} \\ \sin \theta + \dots + \sin n\theta &= \frac{1}{2 \sin \frac{\theta}{2}} \left\{ -\cos \left(\frac{2n+1}{2}\theta \right) + \cos \frac{\theta}{2} \right\}\end{aligned}$$

が成り立つことを示せ。

(3) 点 P_n の座標を (x_n, y_n) とおくとき、 x_n および y_n を求めよ。

(4) すべての点 P_n ($n = 0, 1, 2, \dots$) を通る円の方程式を求めよ。

(解答用紙は、□2 を使用せよ)

薬 2

3 実数を成分とする 2 次の正方行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ に対して, $T(A) = a + d$, $\Delta(A) = ad - bc$ と定める。このとき, 次の問いに答えよ。ただし, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ とする。

- (1) 等式 $A^2 - T(A)A + \Delta(A)E = O$ が成り立つこと (ハミルトン・ケーリーの定理) を示せ。
- (2) 実数を成分とする 2 次の正方行列 X, Y が $XY - YX = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ を満たすとし, $\alpha = T(X)$, $\beta = \Delta(X)$ とおく。
 - (a) $X^2Y - YX^2$ を α を用いて表せ。
 - (b) $(X^2Y - YX^2)^2 = E$, $X^4 + X^2 + E = O$ が成り立つとき, α, β の値を求めよ。

(解答用紙は, 3 を使用せよ)

薬 3