

数 学

注 意

1 受験者は、下表の志望する各学類・専門学群の解答すべき問題を確認のうえ、解答しなさい。

※ ○印のついていない問題を解答してはならない。

2 解答用紙は問題に対応するものを使用すること。

3 人間学類においては「代数・幾何，基礎解析」または「基礎解析，微分・積分」の問題のいずれかを選択解答すること。

学類・専門学群	解 答 時 間	解答すべき問題						備 考
		I	II	III	IV	V	VI	
社 会 学 類	120分	○	○	○				✓
自 然 学 類	120分	○	○	○		○	○	
人 間 学 類	90分	○	○	○				「代数・幾何，基礎解析」選択用
	90分			○	○	○		「基礎解析，微分・積分」選択用
生 物 学 類	120分	○	○	○		○	○	✓
生物資源学類	90分		○	○	○			○印の中から2問を選択解答
社 会 工 学 類	120分		○	○	○	○		✓
国際総合学類	90分	○	○	○				
情 報 学 類	120分	○	○	○		○	○	
工学システム学類	120分	○	○	○		○	○	
基 礎 工 学 類	120分	○	○	○		○	○	
医学専門学群	120分	○	○	○		○	○	

I a, b を正の定数とし、長さ $a + b$ の線分 AB と、線分 AB を $a : b$ に内分する点 P を考える。線分 AB の端点 A は x 軸上、端点 B は y 軸上を動くものとする。

(1) 点 P の描く曲線の方程式を求めよ。

(2) この曲線に線分 AB が接するときの点 P の座標を求めよ。

II 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1+a & b \\ c & 1+d \end{pmatrix}$ を考える。ただし $ad = bc$ とする。

(1) $A^2 = \lambda A$ を満たす数 λ が存在することを示し、 λ を a, b, c, d で表せ。

(2) 平面上の任意の点 P をとる。行列 B で表される平面の 1 次変換によって、点 P は点 Q にうつされ、点 Q は点 R にうつされとする。このとき 3 点 P, Q, R は同一直線上にあることを示せ。

III k を 0 以上の定数とする。いま関数 $f(x)$ および $g(x)$ を

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2$$

$$g(x) = (k-4)x^2 + kx - \frac{k^2}{4}$$

で定義したとき、方程式 $f(x) - g(x) = 0$ は重解 α, β ($\alpha < \beta$) を持っている。

(1) $\alpha + \beta, \alpha\beta$ を k を用いて表せ。

(2) 2 曲線 $y = f(x), y = g(x)$ で囲まれる部分の面積 S を k を用いて表せ。さらに、 S を最小とする k の値と S の最小値を求めよ。

IV a を正の定数とし,

$$f(x) = \int_0^a (1 + xt - x^2)e^{-t} dt$$

と定義する。

(1) $f(x)$ を最大にする x の値 x_0 を a を用いて表せ。

(2) $0 < x_0 < \frac{1}{2}$ となることを示せ。

V $f(y)$ を $y \geq 0$ で定義された微分可能な単調増加関数で, $f(0) = 0$, $f(1) = \sqrt{2\pi}$ とする。曲線 $x = f(y)$ を y 軸のまわりに回転してできる容器に, 時刻 t ($t \geq 0$) において単位時間あたり e^t の割合(注入速度)で水を注ぐ。時刻 t における水面の高さを $h(t)$, 水面の表面積を $s(t)$ とする。ただし $h(0) = 0$ である。

(1) $h'(t)s(t) = e^t$ ($t > 0$) を示せ。

(2) 次式が成り立つとき, $h(t)$ と $s(t)$ を求めよ。

$$h(t)s'(t) = e^t \quad (t > 0)$$

VI ある町の住人を任意に 3 人選んで 1, 2, 3 と番号をつけ, それぞれの人の生まれた曜日を調べる。ただし町の人口は十分多く, その中でどの曜日に生まれた人も同じ割合であるとする。

3 人のうち少なくとも 2 人が同じ曜生まれであるという事象を A, 1 番の人が日曜生まれであるという事象を B, また 3 人全員が同じ曜生まれであるという事象を C とする。

(1) 事象 A の確率を求めよ。

(2) 事象 A と B とは独立であることを示せ。

(3) 事象 C が起こらないことがあらかじめわかったときの事象 A の条件付確率を求めよ。