

平成11年度 個別学力試験問題

数 学

注 意

- 1 受験者は、志望する各学類・専門学群の解答すべき問題を下表で確認のうえ、解答しなさい。選択問題も含まれているので十分注意すること。
※ ○印もしくは△印のついた問題を解答すること。それ以外の問題を解答してはならない。
- 2 解答用紙は問題に対応するものを使用すること。
- 3 人間学類および国際総合学類においては、「数学Ⅲ」または「数学C」の問題のいずれかを選択解答すること。

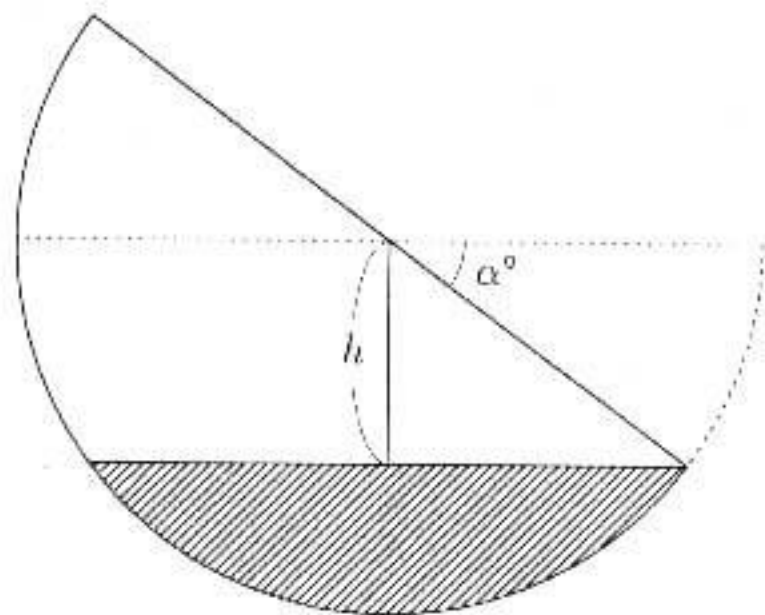
学類・専門学群	解答時間	解答すべき問題							備 考
		数学Ⅲ			数学C				
		1	2	3	4	5	6	7	
自然科学類	120分	○	○	○	△	△	△	△	○印の問を必ず解答し、△印の中からは2問を選択解答。計5問を解答すること。
人間学類	120分	△	△	△					「数学Ⅲ」選択用。△印の中からは2問を選択解答。
					△	△	△	△	「数学C」選択用。△印の中からは2問を選択解答。
生物学類	120分	○	○	○	△	△	△	△	○印の問を必ず解答し、△印の中からは2問を選択解答。計5問を解答すること。
生物資源学類	120分	○	○	○	△	△	△	△	
社会工学類	120分	○	○	○	△	△	△	△	
国際総合学類	90分	△	△	△					「数学Ⅲ」選択用。△印の中からは2問を選択解答。
					△	△	△	△	「数学C」選択用。△印の中からは2問を選択解答。
情報学類	120分	○	○	○	△	△	△	△	○印の問を必ず解答し、△印の中からは2問を選択解答。計5問を解答すること。
工学システム学類	90分	○	○		△	△	△	△	○印の問を必ず解答し、△印の中からは1問を選択解答。計3問を解答すること。
工学基礎学類	90分	○	○		△	△	△	△	
医学専門学群	120分	○	○	○	△	△	△	△	○印の問を必ず解答し、△印の中からは2問を選択解答。計5問を解答すること。

[1] e を自然対数の底とする。関数 $f(x) = \frac{x - e^{x-1}}{1 + e^x}$ について、次の問いに答えよ。

(1) $g(x) = (1 + e^x)^2 f'(x)$ とおくとき、 $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ および $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ を求めよ。必要ならば、 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = 0$ を用いてよい。

(2) $f(x)$ はただ 1 つの極値をもち、さらにそれが極大値であることを示せ。

- 【2】 水を満たした半径2の半球形の容器がある。これを静かに α° 傾けたとき、水面が h だけ下がり、こぼれ出た水の量と容器に残った水の量の比が $11:5$ になった。 h と α を求めよ。



[3] 関数 $f(x), g(x)$ を

$$f(x) = \int_0^x e^{-t} \sin t \, dt, \quad g(x) = \int_0^x e^{-t} \cos t \, dt$$

と定める。このとき、 $x \geq 0$ における $f(x)$ の最大値と $g(x)$ の最小値を求めよ。

[4] 実数を成分とする行列 $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$ に対して,

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \sharp \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{22}b_{22} \end{pmatrix}$$

と定める。また, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とする。

(1) $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \sharp \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$ を求めよ。

(2) 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ について, $A \sharp X = E$ を満たす 2 次正方行列 X を求めよ。

(3) 行列 $P = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ に対して,

$$P_n = \begin{pmatrix} a^n & k_n b \\ k_n c & d^n \end{pmatrix} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

とおく。ただし,

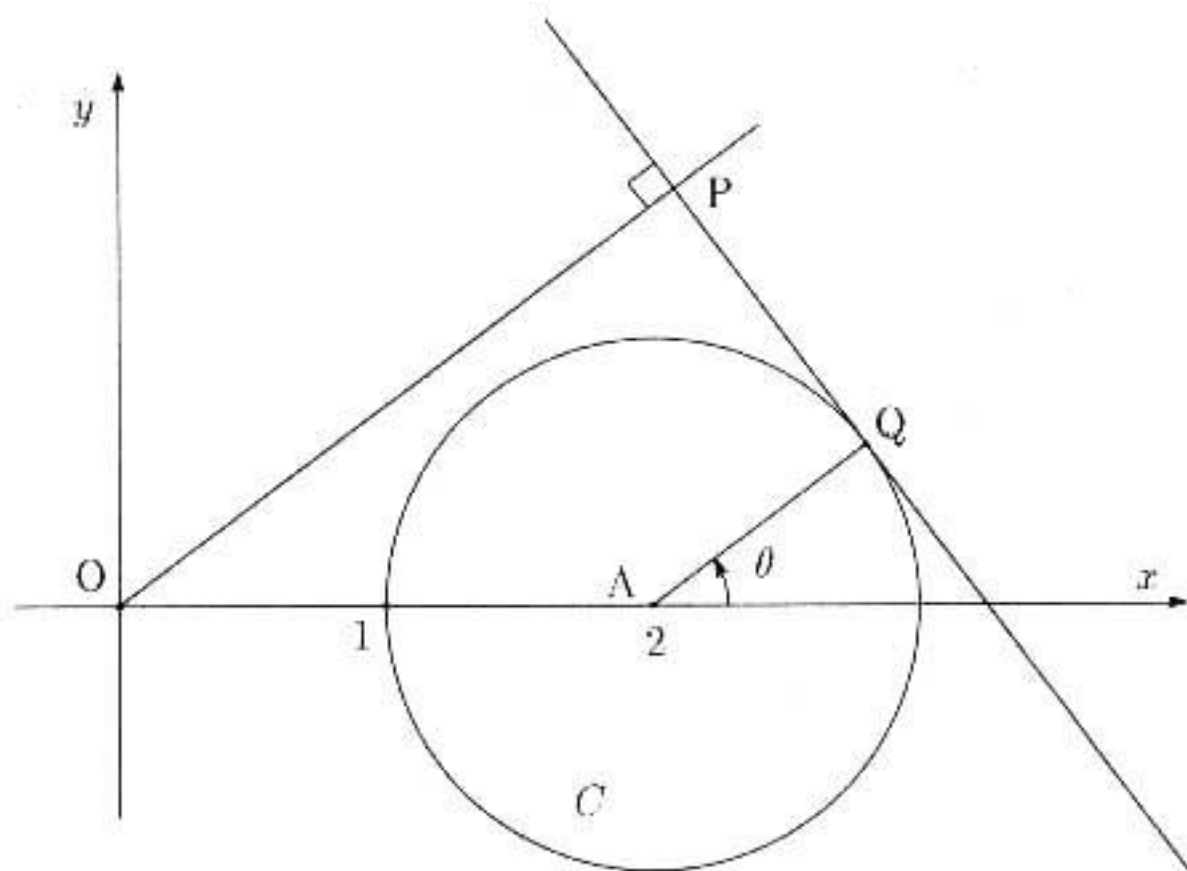
$$k_1 = 1, \quad k_n = a^{n-1} + a^{n-2}d + \dots + ad^{n-2} + d^{n-1} \quad (n = 2, 3, \dots)$$

とする。このとき, $P_{n+1} = P \sharp P_n$ が成り立つことを示せ。

(4) (3) において $P_4 = E$ ならば, $P_2 = E$ であることを示せ。

[5] xy 平面上において、点 $A(2,0)$ を中心とする半径 1 の円を C とする。 C 上の点 Q における C の接線に原点 $O(0,0)$ から下した垂線の足を P とする。図のように x 軸と線分 AQ のなす角を θ とする。ただし、 θ は $-\pi < \theta \leq \pi$ を動くものとする。

- (1) 点 $P(x,y)$ の座標 (x,y) を θ を用いて表せ。
- (2) 点 $P(x,y)$ の x 座標が最小となるとき、 P の座標 (x,y) を求めよ。
- (3) 直線 $x = k$ が点 P の軌跡と相異なる 4 点で交わる時、 k のとりうる値の範囲を求めよ。



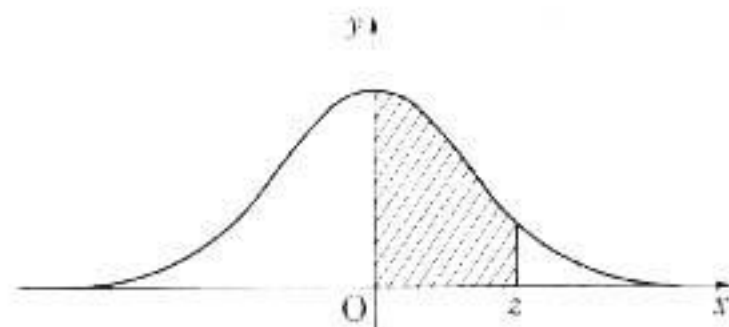
[6] A 工場の B 製品の長さは、標準偏差 σ が 0.66 (cm) の正規分布に従い、平均 m は季節によって異なる。ある季節に B 製品を n 個無作為に抽出し、測定した長さを $X_1, X_2, \dots, X_n$ とする。次頁の正規分布表を用いて、次の問いに答えよ。なお、標本平均は、平均 m 、分散 σ^2/n の正規分布に従うことが知られている。

(1) $n = 4$ のとき、平均 m に対する信頼度 95 % の信頼区間が $m + \sigma$ を含む確率を求めよ。

(2) $n = 9$ のとき、 $X_1, X_2, \dots, X_9$ の測定値が次のようになった。

90.27, 90.11, 91.22, 90.46, 90.29, 91.54, 91.67, 90.01, 90.19 (cm)

このとき、平均 m に対する信頼度 95 % の信頼区間を求めよ。



正規分布表

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.00000	.00399	.00798	.01197	.01595	.01994	.02392	.02790	.03188	.03586
0.1	.03983	.04380	.04776	.05172	.05567	.05962	.06356	.06749	.07142	.07535
0.2	.07926	.08317	.08706	.09095	.09483	.09871	.10257	.10642	.11026	.11409
0.3	.11791	.12172	.12552	.12930	.13307	.13683	.14058	.14431	.14803	.15173
0.4	.15542	.15910	.16276	.16640	.17003	.17364	.17724	.18082	.18439	.18793
0.5	.19146	.19497	.19847	.20194	.20540	.20884	.21226	.21566	.21904	.22240
0.6	.22575	.22907	.23237	.23565	.23891	.24215	.24537	.24857	.25175	.25490
0.7	.25804	.26115	.26424	.26730	.27035	.27337	.27637	.27935	.28230	.28524
0.8	.28814	.29103	.29389	.29673	.29955	.30234	.30511	.30785	.31057	.31327
0.9	.31594	.31859	.32121	.32381	.32639	.32894	.33147	.33398	.33646	.33891
1.0	.34134	.34375	.34614	.34850	.35083	.35314	.35543	.35769	.35993	.36214
1.1	.36433	.36650	.36864	.37076	.37286	.37493	.37698	.37900	.38100	.38298
1.2	.38493	.38686	.38877	.39065	.39251	.39435	.39617	.39796	.39973	.40147
1.3	.40320	.40490	.40658	.40824	.40988	.41149	.41309	.41466	.41621	.41774
1.4	.41924	.42073	.42220	.42364	.42507	.42647	.42786	.42922	.43056	.43189
1.5	.43319	.43448	.43574	.43699	.43822	.43943	.44062	.44179	.44295	.44408
1.6	.44520	.44630	.44738	.44845	.44950	.45053	.45154	.45254	.45352	.45449
1.7	.45543	.45637	.45728	.45818	.45907	.45994	.46080	.46164	.46246	.46327
1.8	.46407	.46485	.46562	.46638	.46712	.46784	.46856	.46926	.46995	.47062
1.9	.47128	.47193	.47257	.47320	.47381	.47441	.47500	.47558	.47615	.47670
2.0	.47725	.47778	.47831	.47882	.47932	.47982	.48030	.48077	.48124	.48169
2.1	.48214	.48257	.48300	.48341	.48382	.48422	.48461	.48500	.48537	.48574
2.2	.48610	.48645	.48679	.48713	.48745	.48778	.48809	.48840	.48870	.48899
2.3	.48928	.48956	.48983	.49010	.49036	.49061	.49086	.49111	.49134	.49158
2.4	.49180	.49202	.49224	.49245	.49266	.49286	.49305	.49324	.49343	.49361
2.5	.49379	.49396	.49413	.49430	.49446	.49461	.49477	.49492	.49506	.49520
2.6	.49534	.49547	.49560	.49573	.49585	.49598	.49609	.49621	.49632	.49643
2.7	.49653	.49664	.49674	.49683	.49693	.49702	.49711	.49720	.49728	.49736
2.8	.49744	.49752	.49760	.49767	.49774	.49781	.49788	.49795	.49801	.49807
2.9	.49813	.49819	.49825	.49831	.49836	.49841	.49846	.49851	.49856	.49861
3.0	.49865	.49869	.49874	.49878	.49882	.49886	.49889	.49893	.49897	.49900
3.1	.49903	.49906	.49910	.49913	.49916	.49918	.49921	.49924	.49926	.49929
3.2	.49931	.49934	.49936	.49938	.49940	.49942	.49944	.49946	.49948	.49950
3.3	.49952	.49953	.49955	.49957	.49958	.49960	.49961	.49962	.49964	.49965
3.4	.49966	.49968	.49969	.49970	.49971	.49972	.49973	.49974	.49975	.49976
3.5	.49977	.49978	.49978	.49979	.49980	.49981	.49981	.49982	.49983	.49983
3.6	.49984	.49985	.49985	.49986	.49986	.49987	.49987	.49988	.49988	.49989
3.7	.49989	.49990	.49990	.49990	.49991	.49991	.49992	.49992	.49992	.49992
3.8	.49993	.49993	.49993	.49994	.49994	.49994	.49994	.49995	.49995	.49995
3.9	.49995	.49995	.49996	.49996	.49996	.49996	.49996	.49996	.49997	.49997

[7] 関数 $f(x) = 2x^3 - 3ax^2 + 6(a-2)x$ (a は定数) の極値 v をコンピュータで計算する方法について、次の問いに答えよ。

- (1) 近似的に v を計算するプログラムは、ニュートン法を利用して次のように書ける。

```
10 INPUT "a = "; A
20 INPUT "x0 = "; X
30 INPUT "n = "; N
40 FOR I = 1 TO N
50
60
70 PRINT "f("; X; ") = "; F
80 NEXT I
90 END
```

定数 a および適当な値 x_0, n を入力したとき、 v の近似値を n 個出力するように、空白の 50, 60 行を補ってプログラムを完成させよ。

- (2) (1) のプログラムに $x_0 > a/2$ を満たす x_0 を入力する。このとき
の出力を順に $f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n)$ とする。ただし、 x_k は k 回目の反復における x の値を表す。極小値 v に対して

$$f(x_1) \geq f(x_2) \geq \dots \geq f(x_n) \geq v$$

が成り立つことを示せ。