

平成 16 年度 個別学力試験問題

数 学

注 意

- 1 問題冊子は 1 ページから 8 ページまでである。
- 2 受験者は、志望する各学類・専門学群の解答すべき問題を下表で確認のうえ、解答しなさい。選択問題も含まれているので十分注意すること。
※ ○印のついた問題は必ず解答し、△印もしくは□印のついた問題については選択解答すること。それ以外の問題を解答してはならない。
- 3 解答用紙は問題に対応するものを使用すること。
- 4 人間学類においては、「数学Ⅲ」または「数学 C」の問題のいずれかを選択解答すること。

学類・専門学群		解答 時間	解答すべき問題							備 考
			数学Ⅲ			数学C				
			1	2	3	4	5	6	7	
自 然 学 類		120 分	○	○	○	△	△	△	△	○印の問題は必ず解答し、△印の中からは2問を選択解答。計5問を解答すること。
人 間 学 類		120 分	△	△	△					「数学Ⅲ」選択用。△印の中からは2問を選択解答。
						△	△	△	△	「数学C」選択用。△印の中からは2問を選択解答。
生 物 学 類		120 分	○	○	○	△	△	△	△	○印の問題は必ず解答し、△印の中からは2問を選択解答。計5問を解答すること。
生物資源学類		120 分	○	○	○	△	△	△	△	
社会工学類		120 分	○	○	○	△	△	△	△	
国際総合学類		120 分	△	△	△	□	□	□	□	△印の中からは2問、□印の中からは2問を選択解答。計4問を解答すること。
情 報 学 類		120 分	○	○	○	△	△	△	△	○印の問題は必ず解答し、△印の中からは2問を選択解答。計5問を解答すること。
工学システム学類		120 分	○	○	○	△	△	△	△	○印の問題は必ず解答し、△印の中からは1問を選択解答。計4問を解答すること。
工学基礎学類		90 分	○	○		△	△	△	△	○印の問題は必ず解答し、△印の中からは1問を選択解答。計3問を解答すること。
医学専門学群	医 学 類	120 分	○	○	○	△	△	△	△	○印の問題は必ず解答し、△印の中からは2問を選択解答。計5問を解答すること。
	看護・医療科学類(医療科学主専攻)	120 分	○	○	○	△	△	△	△	○印の問題は必ず解答し、△印の中からは2問を選択解答。計5問を解答すること。
図書館情報専門学群		120 分	△	△	△	□	□	□	□	△印の中からは2問、□印の中からは2問を選択解答。計4問を解答すること。

〔1〕 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\log |x|}{x} & (|x| > 1) \\ ax^3 + bx^2 + cx + d & (|x| \leq 1) \end{cases}$$

と定める。ただし、 a, b, c, d は定数とし、 $f(x)$ は $x = \pm 1$ において微分可能とする。なお、 $\log$ は $e = 2.718\cdots$ を底とする自然対数である。

(1) a, b, c, d の値を求めよ。

(2) $f(x)$ の最大値を求めよ。

[2] $f(x) = \sin^3 x$ とする。

(1) $f'(0)$ および $f'(2\pi)$ を求めよ。

(2) $\int_0^{2\pi} f(x) dx$ を求めよ。

(3) $p(x)$ を x の 2 次式とすると、 $\int_0^{2\pi} p(x)f''(x)dx = 0$ を示せ。

[3] $f(x)$ は $x \geq 0$ で連続で、 $f(0) = 0$ かつ $x > 0$ において $f'(x) > 0$ を満たすとする。 $t > 0$ に対して、曲線 $y = f(x)$ と x 軸および直線 $x = t$ とで囲まれる図形を x 軸のまわりに一回転してできる立体の体積を $X(t)$ 、曲線 $y = f(x)$ と y 軸および直線 $y = f(t)$ とで囲まれる図形を y 軸のまわりに一回転してできる立体の体積を $Y(t)$ とする。また、 $X(0) = Y(0) = 0$ とする。このとき、次を示せ。

(1) $X'(t) = \pi f(t)^2$, $Y'(t) = \pi t^2 f'(t)$ ($t > 0$) である。

(2) $f(x)$ が整式でかつ、すべての $t \geq 0$ に対して $X(t) = Y(t)$ が成り立つならば、 $f(x) = x$ ($x \geq 0$) である。

(3) $f(x) = \frac{x}{1+x}$ ならば、 $X(t) = Y(t)$ ($t \geq 0$) である。

[4] 2次正方行列 $X = \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$ が等式

$$X^2 + aX + bE = O$$

を満たすとする。ただし, x, y, z, w, a, b は実数, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$,

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ とする。}$$

(1) $x + w \neq -a$ のとき, $a^2 - 4b > 0$ であることを示し, a, b を用いて X を表せ。

(2) $a^2 - 4b \leq 0$ のとき, $yz \leq 0$ を示せ。

[5] 楕円 $C: \frac{x^2}{3} + y^2 = 1$ 上の点で、 $x \geq 0$ の範囲にあり、定点 $A(0, -1)$ との距離が最大となる点を P とする。

(1) 点 P の座標と線分 AP の長さを求めよ。

(2) 点 Q は楕円 C 上を動くとする。 $\triangle APQ$ の面積が最大となるとき、点 Q の座標および $\triangle APQ$ の面積を求めよ。

- [6] $X_1, X_2, \dots, X_n$ および $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ は、それぞれ区間 $[0, 1]$ で等確率でかつ独立に発生させた乱数である。各 $i = 1, 2, \dots, n$ について、 (X_i, Y_i) から Z_i を次のように定義する。

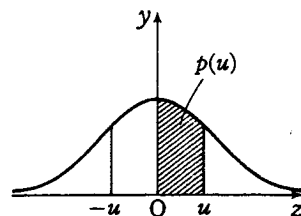
$$Z_i = \begin{cases} 1 & (X_i^2 + Y_i^2 \leq 1 \text{ のとき}) \\ 0 & (\text{それ以外のとき}) \end{cases}$$

- (1) 確率 $P(Z_i = 1)$ を求めよ。

- (2) $W_n = \frac{4}{n}(Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n)$ とするとき、 W_n の平均 μ と分散 σ^2 を求めよ。

- (3) W_n は正規分布で近似できるとし、 $n = 10^m$ (m は正の整数) とする。 W_n の値が 95 % の確率で区間 $(\mu - 0.0034, \mu + 0.0034)$ に入る m の最小値を求めよ。

正 規 分 布 表



u	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.49534	0.49547	0.49560	0.49573	0.49585	0.49598	0.49609	0.49621	0.49632	0.49643
2.7	0.49653	0.49664	0.49674	0.49683	0.49693	0.49702	0.49711	0.49720	0.49728	0.49736
2.8	0.49744	0.49752	0.49760	0.49767	0.49774	0.49781	0.49788	0.49795	0.49801	0.49807
2.9	0.49813	0.49819	0.49825	0.49831	0.49836	0.49841	0.49846	0.49851	0.49856	0.49861
3.0	0.49865	0.49869	0.49874	0.49878	0.49882	0.49886	0.49889	0.49893	0.49897	0.49900

[7] 実数 A, B, C が与えられたとき, $a_0 = A, b_0 = B, c_0 = C$ とおいて, $n = 0, 1, 2, \dots$ について $a_{n+1} = \frac{b_n + c_n}{2}, b_{n+1} = \frac{c_n + a_n}{2}, c_{n+1} = \frac{a_n + b_n}{2}$ とする。

(1) A, B, C を読み込み, 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$ を $n = 20$ まで生成し, 印刷していくプログラムを書け。

(2) $a_n + b_n + c_n = A + B + C$ を示せ。

(3) $2a_n - b_n - c_n$ を A, B, C および n で表せ。

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。