

平成 17 年度 個別学力試験問題

数 学

注 意

- 1 問題冊子は 1 ページから 7 ページまでである。
- 2 受験者は、志望する各学類・専門学群の解答すべき問題を下表で確認のうえ、解答しなさい。選択問題も含まれているので十分注意すること。
※ ○印のついた問題は必ず解答し、△印もしくは□印のついた問題については選択解答すること。それ以外の問題を解答してはならない。
- 3 解答用紙は問題に対応するものを使用すること。
- 4 人間学類においては、「数学Ⅲ」または「数学C」の問題のいずれかを選択解答すること。

学類・専門学群		解答時間	解答すべき問題							備 考
			数学Ⅲ			数学C				
			1	2	3	4	5	6	7	
自然科学類		120分	○	○	○	△	△	△	△	○印の問題は必ず解答し、△印の中からは2問を選択解答。計5問を解答すること。
人間学類		120分	△	△	△					「数学Ⅲ」選択用。△印の中から2問を選択解答。
						△	△	△	△	「数学C」選択用。△印の中から2問を選択解答。
生物学類		120分	○	○	○	△	△	△	△	○印の問題は必ず解答し、△印の中からは2問を選択解答。計5問を解答すること。
生物資源学類		120分	○	○	○	△	△	△	△	
社会工学類		120分	○	○	○	△	△	△	△	
国際総合学類		120分	△	△	△	□	□	□	□	△印の中から2問、□印の中から2問を選択解答。計4問を解答すること。
情報学類		120分	○	○	○	△	△	△	△	○印の問題は必ず解答し、△印の中からは2問を選択解答。計5問を解答すること。
工学システム学類		120分	○	○	○	△	△	△	△	○印の問題は必ず解答し、△印の中からは1問を選択解答。計4問を解答すること。
工学基礎学類		120分	○	○	○	△	△	△	△	
医学専門学群	医学類	120分	○	○	○	△	△	△	△	○印の問題は必ず解答し、△印の中からは2問を選択解答。計5問を解答すること。
	看護・医療科学類(医療科学主専攻)	120分	○	○	○	△	△	△	△	
図書館情報専門学群		120分	△	△	△	□	□	□	□	△印の中から2問、□印の中から2問を選択解答。計4問を解答すること。

[1] 次の関係式を満たす関数 $f(x)$ がただ一つ存在するように, 定数 a の値を定めよ。

$$f(x) = ax + \frac{1}{4} \left(\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) \sin t \, dt \right)^4$$

[2] 曲線 $C: y = \sin x \left(0 < x < \frac{\pi}{2} \right)$ を考える。 C 上の点 P における C の法線を l とする。

- (1) 法線 l が点 $Q(0, 1)$ を通るような点 P がただ一つ存在することを示せ。
- (2) (1) の条件を満たす点 P に対し、直線 l 、曲線 C 、直線 $y = 1$ で囲まれる部分の面積を S_1 とし、直線 l 、曲線 C 、 x 軸で囲まれる部分の面積を S_2 とする。 S_1 と S_2 の大小を比較せよ。

[3] 曲線 $C: y = e^x$ 上の異なる 2 点 $A(a, e^a)$, $P(t, e^t)$ における C のそれぞれの法線の交点を Q として, 線分 AQ の長さを $L_a(t)$ で表す。さらに, $r(a) = \lim_{t \rightarrow a} L_a(t)$ と定義する。

(1) $r(a)$ を求めよ。

(2) a が実数全体を動くとき, $r(a)$ の最小値を求めよ。

[4] 2次正方行列 $P = \begin{pmatrix} p & q \\ r & 1 \end{pmatrix}$ について、次の問いに答えよ。

(1) P が逆行列をもたなければ $\begin{pmatrix} q \\ 1 \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} p \\ r \end{pmatrix}$ となる k が存在するか、または

$\begin{pmatrix} p \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ であることを示せ。

(2) 条件 $A^2 = O$, $A \begin{pmatrix} p \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q \\ 1 \end{pmatrix}$ を満たす2次正方行列 A が存在するとき、

P は逆行列をもつことを示せ。

(3) $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ のとき $A \begin{pmatrix} p \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q \\ 1 \end{pmatrix}$ となるような p, q, r を1組求

め、 $P^{-1}AP$ を計算せよ。

[5] 実数 a に対して, 曲線 C_a を方程式

$$(x - a)^2 + ay^2 = a^2 + 3a + 1$$

によって定める。

- (1) C_a は a の値と無関係に 4 つの定点を通ることを示し, その 4 定点の座標を求めよ。

- (2) a が正の実数全体を動くとき, C_a が通過する範囲を図示せよ。

- [6] 30人のクラスにおいて2回試験を行ったところ2回とも全員が受験し、得点の平均値と分散について、以下の表のような結果を得た。2回全体の得点の分散は44であり、1回目と2回目の得点の共分散は20であった。

	平均値	分散
1回目	62	36
2回目	60	
全 体		44

- (1) 2回目の試験の得点の分散を求めよ。
- (2) 1回目と2回目の試験の得点の相関係数を求めよ。
- (3) 3回目の試験を行ったところ24人が受験し、平均値54、分散51であった。3回全体の得点の分散を求めよ。

[7] 正の整数 N に対して、 $a^2 \leq N < (a+1)^2$ である正の整数 a と $b = N - a^2$ に
よって、数列 $\{x_n\}$ を

$$x_0 = a$$

$$x_{n+1} = a + \frac{b}{x_n + a}$$

で定義する。

(1) N, a を入力して x_0, x_1, x_2, \dots を計算し、 $|x_n^2 - N| < 0.0001$ となったとき x_n の値を出力して終了するプログラムを書け。ただし、BASIC では $|x|$ は $\text{ABS}(x)$ で求められる。

(2) $x_{n+1} - \sqrt{N} = \frac{a - \sqrt{N}}{x_n + a} (x_n - \sqrt{N})$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) が成り立つことを示せ。

(3) $b > 0$ のとき、次の不等式が成り立つことを示せ。

$$x_0 < x_2 < \dots < x_{2k} < \sqrt{N} < x_{2k+1} < \dots < x_3 < x_1$$

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \sqrt{N}$ を示せ。