

平成 18 年度 個別学力試験問題 数 学

第 一 学 群 (社会学類, 自然学類)

第 二 学 群 (人間学類, 生物学類, 生物資源学類)

注 意

- 問題冊子は 1 ページから 8 ページまでである。
- 受験者は, 志望する各学類の解答すべき問題を下表で確認のうえ, 解答しなさい。選択問題も含まれているので十分注意すること。
※ ○印のついた問題は必ず解答し, △印, ▲印もしくは□印のついた問題については選択解答すること。それ以外の問題を解答してはならない。
▲印のついた問題 7 は「数学 C」の旧教育課程履修者に対する経過措置問題である。
- 新教育課程履修者は, 対象が㊦の問題を解答し, 旧教育課程履修者は, 対象が㊧の問題を解答すること。
- 解答用紙は問題に対応するものを使用すること。
- 人間学類においては, 「数学Ⅱ・数学 B」, 「数学Ⅲ」または「数学 C」の問題のいずれかを選択解答すること。

㊦は新教育課程履修者を, ㊧は旧教育課程履修者を表す。

学 類	解答 時間	対象	解答すべき問題							備 考
			数学Ⅱ	数学Ⅲ		数学B	数学C			
			1	2	3	4	5	6	7	
社 会 学 類	120 分	新 旧	○			○				○印の問題 2 問を解答すること。
自 然 学 類	120 分	新	□	○	○	□	○	○		○印の問題は必ず解答。□印の中から 1 問を選択解答。計 5 問を解答すること。
		旧	□	○	○	□	△	△	▲	○印の問題は必ず解答。□印の中から 1 問、△印と▲印の中から 2 問を選択解答。計 5 問を解答すること。
人 間 学 類	120 分	新 旧	○			○				「数学Ⅱ・数学B」選択用。○印の問題 2 問を解答すること。
		新 旧		○	○					「数学Ⅲ」選択用。○印の問題 2 問を解答すること。
		新					○	○		「数学C」選択用。○印の問題 2 問を解答すること。
		旧					△	△	▲	「数学C」選択用。△印と▲印の中から 2 問を選択解答すること。
生 物 学 類	120 分	新	○	○	○	△	△	△		○印の問題は必ず解答。△印の中から 2 問を選択解答。計 5 問を解答すること。
		旧	○	○	○	△	△	△	▲	○印の問題は必ず解答。△印と▲印の中から 2 問を選択解答。計 5 問を解答すること。
生 物 資 源 学 類	120 分	新	○	○	○	△	△	△		○印の問題は必ず解答。△印の中から 2 問を選択解答。計 5 問を解答すること。
		旧	○	○	○	△	△	△	▲	○印の問題は必ず解答。△印と▲印の中から 2 問を選択解答。計 5 問を解答すること。

〔 1 〕 $f(x) = x^4 + 2x^2 - 4x + 8$ とする。

(1) $(x^2 + t)^2 - f(x) = (px + q)^2$ が x の恒等式となるような整数 t, p, q の値を一組求めよ。

(2) (1) で求めた t, p, q の値を用いて方程式 $(x^2 + t)^2 = (px + q)^2$ を解くことにより、方程式 $f(x) = 0$ の解をすべて求めよ。

〔2〕 $a \geq b > 0$, $x \geq 0$ とし, n は自然数とする。次の不等式を示せ。

$$(1) \quad 0 \leq e^x - (1+x) \leq \frac{x^2 e^x}{2}$$

$$(2) \quad a^n - b^n \leq n(a-b)a^{n-1}$$

$$(3) \quad e^x - \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n \leq \frac{x^2 e^x}{2n}$$

〔3〕 座標空間において、 $|x| \leq z^2$ を満たす点 (x, y, z) 全体からなる立体を R とする。点 $(0, 0, 1)$ を通り x 軸と平行な直線を l とする。 l を中心軸とする半径 1 の円柱を C とし、 R と C の共通部分を T とする。

(1) $-1 < h < 1$ を満たす定数 h に対して、点 $(0, 0, 1+h)$ を通り z 軸に垂直な平面による T の切り口の面積を求めよ。

(2) T の体積を求めよ。

〔4〕 座標空間において、原点 O を通り方向ベクトル $(\cos \theta, \sin \theta, 0)$ をもつ直線を L_θ とする。点 $A(2, 0, 1)$ から直線 L_θ に下ろした垂線と L_θ との交点を P_θ とする。

(1) θ が実数全体を動くとき、 P_θ は xy 平面内の円周上を動くことを示し、その中心の座標と半径を求めよ。

(2) θ が $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くとする。三角形 OAP_θ の面積の最大値と、そのときの P_θ の座標を求めよ。

〔5〕 行列 A, B を

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

とする。

(1) 次の式のうち、定義されるものは計算し、定義されないものは「定義されない」とかけ。

(ア) $A + B$

(イ) AB

(ウ) BA

(エ) AA

(2) 2次正方行列 C が $C(BA) = (BA)C$ を満たすとき、 $C = sE + t(BA)$ となる実数 s, t が存在することを示せ。ただし、 $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とする。

〔6〕 xy 平面において、媒介変数 t を用いて

$$x = 2 \left(t + \frac{1}{t} + 1 \right), \quad y = t - \frac{1}{t}$$

と表される曲線を C とする。

(1) 曲線 C の方程式を求め、その概形をかけ。

(2) 点 $(a, 0)$ を通り曲線 C に接する直線があるような a の範囲と、そのときの接線の方程式をすべて求めよ。

〔7〕 投げたとき裏が出やすいと思われるコインがある。このコインについて

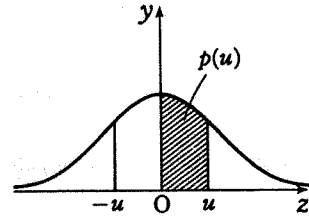
本当に裏が出やすいかどうか調べてみたい。このコインを投げて表の出る確率を p とし、100 回投げて表の出る回数を X とする。このとき次の問いに答えよ。ただし、必要があれば、次ページの正規分布表を参照し、正規分布による近似を用いてよい。

(1) $p = \frac{1}{2}$ のとき $P(X \leq 40)$ を四捨五入により小数点以下第 2 位まで求めよ。

(2) $X \leq a$ であつたら「 $p < \frac{1}{2}$ 」, $X > a$ であつたら「 $p = \frac{1}{2}$ 」と判断することにする (ただし a は 50 未満の整数)。本当は $p = \frac{1}{2}$ であるのに「 $p < \frac{1}{2}$ 」と判断される確率が 0.10 以下となるような整数 a の最大値を求めよ。

(3) (2) の a を用いて「 $p < \frac{1}{2}$ 」か「 $p = \frac{1}{2}$ 」かの判断を行うとする。このとき、 $p = \frac{2}{5}$ であるのに「 $p = \frac{1}{2}$ 」と判断される確率を四捨五入により小数点以下第 2 位まで求めよ。ただし、 $\sqrt{6} \approx 2.45$ としてよい。

正 規 分 布 表



u	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.49534	0.49547	0.49560	0.49573	0.49585	0.49598	0.49609	0.49621	0.49632	0.49643
2.7	0.49653	0.49664	0.49674	0.49683	0.49693	0.49702	0.49711	0.49720	0.49728	0.49736
2.8	0.49744	0.49752	0.49760	0.49767	0.49774	0.49781	0.49788	0.49795	0.49801	0.49807
2.9	0.49813	0.49819	0.49825	0.49831	0.49836	0.49841	0.49846	0.49851	0.49856	0.49861
3.0	0.49865	0.49869	0.49874	0.49878	0.49882	0.49886	0.49889	0.49893	0.49897	0.49900