

平成 20 年度 個別学力試験問題 数 学 (120 分)

社会・国際学群 (社会学類, 国際総合学類)
 人間学群 (教育学類, 心理学類, 障害科学類)
 生命環境学群 (生物学類, 生物資源学類, 地球学類)
 理工学群 (数学類, 物理学類, 化学類, 応用理工学類, 工学システム学類, 社会工学類)
 情報学群 (情報科学類, 情報メディア創成学類, 知識情報・図書館学類)
 医学群 (医学類, 医療科学類)

注 意

- 1 問題冊子は1ページから6ページまでである。
- 2 受験者は、志望する学類の解答すべき問題を下表で確認のうえ、解答しなさい。選択問題も含まれているので十分注意すること。
 ※ ○印のついた問題は必ず解答し、△印もしくは□印のついた問題については選択解答すること。それ以外の問題を解答してはならない。
- 3 解答用紙は問題に対応するものを使用すること。
- 4 国際総合学類においては、「数学Ⅱ・数学B」または「数学Ⅲ・数学C」の問題のいずれかを選択解答すること。
- 5 教育学類、心理学類および障害科学類においては、「数学Ⅱ・数学B」、「数学Ⅲ」または「数学C」の問題のいずれかを選択解答すること。
- 6 知識情報・図書館学類においては、「数学Ⅱ・数学B」、「数学Ⅱ・数学C」、「数学Ⅲ・数学B」または「数学Ⅲ・数学C」の問題のいずれかを選択解答すること。

学 類		解答すべき問題						備 考
		数学Ⅱ	数学Ⅲ		数学B	数学C		
		1	2	3	4	5	6	
社 会 学 類		○			○			○印の問題2問を解答すること。
国 際 総 合 学 類	「数学Ⅱ・数学B」選択者	○			○			○印の問題2問を解答すること。
	「数学Ⅲ・数学C」選択者		△	△		□	□	△印の中から1問、□印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
教 育 学 類	「数学Ⅱ・数学B」選択者	○			○			○印の問題2問を解答すること。
心 理 学 類	「数学Ⅲ」選択者		○	○				○印の問題2問を解答すること。
障 害 科 学 類	「数学C」選択者					○	○	○印の問題2問を解答すること。
生 物 学 類		○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
生 物 資 源 学 類		○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
地 球 学 類		△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
数 学 類		△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
物 理 学 類		△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
化 学 類		△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
応 用 理 工 学 類		△	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計4問を解答すること。
工学システム学類		△	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計4問を解答すること。
社 会 工 学 類		△	○	○	△	□	□	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問、□印の中から1問を選択解答。計4問を解答すること。
情 報 科 学 類		△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
情報メディア創成学類		△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
知 識 情 報 ・ 図 書 館 学 類	「数学Ⅱ・数学B」選択者	○			○			○印の問題2問を解答すること。
	「数学Ⅱ・数学C」選択者	○				△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
	「数学Ⅲ・数学B」選択者		△	△	○			○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
	「数学Ⅲ・数学C」選択者		△	△		□	□	△印の中から1問、□印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
医 学 類		○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
医 療 科 学 類		○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。

〔 1 〕 p, q を正の実数とする。 x の方程式

$$\log_{10}(px) \cdot \log_{10}(qx) + 1 = 0$$

が 1 より大きい解をもつとき、点 $(\log_{10} p, \log_{10} q)$ の存在する範囲を座標平面上に図示せよ。

[2] xyz 空間内の点 $P(1, 0, 1)$ と, xy 平面上の円 $C: x^2 + (y - 2)^2 = 1$ に属する点 $Q(\cos \theta, 2 + \sin \theta, 0)$ を考える。

- (1) 直線 PQ と平面 $z = t$ の交点の座標を (α, β, t) とするとき, $\alpha^2 + \beta^2$ を t と θ で表せ。
- (2) 線分 PQ を z 軸のまわりに 1 回転させてできる曲面と平面 $z = 0, z = 1$ によって囲まれる立体の体積を θ で表せ。
- (3) Q が C 上を一周するとき, (2) で求めた体積の最大値, 最小値を求めよ。

[3] e は自然対数の底とする。 $t > e$ において関数 $f(t)$, $g(t)$ を次のように定める。

$$f(t) = \int_1^e \frac{t^2 \log x}{t-x} dx, \quad g(t) = \int_1^e \frac{x^2 \log x}{t-x} dx.$$

(1) $f(t) - g(t)$ を t の 1 次式で表せ。

(2) $1 \leq x \leq e$ かつ $t > e$ のとき $\frac{1}{t-x} \leq \frac{1}{t-e}$ が成り立つことを用いて,
 $\lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = 0$ を示せ。

(3) $\lim_{t \rightarrow \infty} \left(f(t) - \frac{bt^2}{t-a} \right) = 0$ となる定数 a , b を求めよ。

〔 4 〕 二つの数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ を次の漸化式によって定める。

$$a_1 = 3, \quad b_1 = 1$$

$$a_{n+1} = \frac{1}{2}(3a_n + 5b_n)$$

$$b_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + 3b_n)$$

(1) すべての自然数 n について, $a_n^2 - 5b_n^2 = 4$ であることを示せ。

(2) すべての自然数 n について, a_n, b_n は自然数かつ $a_n + b_n$ は偶数であることを証明せよ。

[5] 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ について、次の問いに答えよ。

(1) $P = \begin{pmatrix} 1 & -a \\ a & 1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{pmatrix}$ とする。 $AP = PD$ が成り立つとき、

a, x, y を求めよ。ただし $a > 0$ とする。

(2) $(A + tE)^n = 4E$ が成り立つような実数 t と自然数 n の組をすべて求めよ。

ただし $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とする。

〔 6 〕 放物線 $C: y = x^2$ 上の異なる 2 点 $P(t, t^2)$, $Q(s, s^2)$ ($s < t$) における接線の交点を $R(X, Y)$ とする。

(1) X, Y を t, s を用いて表せ。

(2) 点 P, Q が $\angle PRQ = \frac{\pi}{4}$ を満たしながら C 上を動くとき, 点 R は双曲線上を動くことを示し, かつ, その双曲線の方程式を求めよ。