

平成 22 年度 個別学力試験問題

数 学 (120 分)

社会・国際学群 (社会学類, 国際総合学類)
 人間学群 (教育学類, 心理学類, 障害科学類)
 生命環境学群 (生物学類, 生物資源学類, 地球学類)
 理工学群 (数学類, 物理学類, 化学類, 応用理工学類, 工学システム学類, 社会工学類)
 情報学群 (情報科学類, 情報メディア創成学類, 知識情報・図書館学類)
 医学群 (医学類, 医療科学類)

注 意

- 1 問題冊子は1ページから6ページまでである。
- 2 受験者は、志望する学類の解答すべき問題を下表で確認のうえ、解答しなさい。選択問題も含まれているので十分注意すること。
 ※ ○印のついた問題は必ず解答し、△印もしくは□印のついた問題については選択解答すること。それ以外の問題を解答してはならない。
- 3 解答用紙にはあらかじめ問題番号が印刷されている。
- 4 国際総合学類においては、「数学Ⅱ・数学B」または「数学Ⅲ・数学C」の問題のいずれかを選択解答すること。
- 5 教育学類および障害科学類においては、「数学Ⅱ・数学B」、「数学Ⅲ」または「数学C」の問題のいずれかを選択解答すること。
- 6 知識情報・図書館学類においては、「数学Ⅱ・数学B」、「数学Ⅱ・数学C」、「数学Ⅲ・数学B」または「数学Ⅲ・数学C」の問題のいずれかを選択解答すること。

学 類		解答すべき問題						備 考
		数学Ⅱ	数学Ⅲ	数学B	数学C			
		1	2	3	4	5	6	
社会学類		○			○			○印の問題2問を解答すること。
国際総合学類	「数学Ⅱ・数学B」選択者	○			○			○印の問題2問を解答すること。
	「数学Ⅲ・数学C」選択者		△	△		□	□	△印の中から1問、□印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
教育学類	「数学Ⅱ・数学B」選択者	○			○			○印の問題2問を解答すること。
障害科学類	「数学Ⅲ」選択者		○	○				○印の問題2問を解答すること。
	「数学C」選択者					○	○	○印の問題2問を解答すること。
心理学類		○	△	△	○	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計4問を解答すること。
生物学類		○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
生物資源学類		○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
地球学類		△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
数学類		△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
物理学類		△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
化学類		△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
応用理工学類		△	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計4問を解答すること。
工学システム学類		△	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計4問を解答すること。
社会工学類		△	○	○	△	□	□	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問、□印の中から1問を選択解答。計4問を解答すること。
情報科学類		△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
情報メディア創成学類		△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
知識情報・図書館学類	「数学Ⅱ・数学B」選択者	○			○			○印の問題2問を解答すること。
	「数学Ⅱ・数学C」選択者	○				□	□	○印の問題は必ず解答。□印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
	「数学Ⅲ・数学B」選択者		△	△	○			○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
	「数学Ⅲ・数学C」選択者		△	△		□	□	△印の中から1問、□印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
医学類		○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
医療科学類		○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。

[1] $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}ax^2$ とおく。ただし $a > 0$ とする。

(1) $f(-1) \leq f(3)$ となる a の範囲を求めよ。

(2) $f(x)$ の極小値が $f(-1)$ 以下となる a の範囲を求めよ。

(3) $-1 \leq x \leq 3$ における $f(x)$ の最小値を a を用いて表せ。

〔2〕 3つの曲線

$$C_1 : y = \sin x \quad \left(0 \leq x < \frac{\pi}{2} \right)$$

$$C_2 : y = \cos x \quad \left(0 \leq x < \frac{\pi}{2} \right)$$

$$C_3 : y = \tan x \quad \left(0 \leq x < \frac{\pi}{2} \right)$$

について以下の問いに答えよ。

(1) C_1 と C_2 の交点, C_2 と C_3 の交点, C_3 と C_1 の交点のそれぞれについて y 座標を求めよ。

(2) C_1, C_2, C_3 によって囲まれる図形の面積を求めよ。

[3] n を自然数とし, 1 から n までの自然数の積を $n!$ で表す。このとき以下の問いに答えよ。

(1) 単調に増加する連続関数 $f(x)$ に対して, 不等式 $\int_{k-1}^k f(x) dx \leq f(k)$ を示せ。

(2) 不等式 $\int_1^n \log x \, dx \leq \log n!$ を示し, 不等式 $n^n e^{1-n} \leq n!$ を導け。

(3) $x \geq 0$ に対して, 不等式 $x^n e^{1-x} \leq n!$ を示せ。

- [4] 点 O を原点とする座標平面上に、2 点 $A(1, 0), B(\cos \theta, \sin \theta)$ ($90^\circ < \theta < 180^\circ$) をとり、以下の条件をみたす 2 点 C, D を考える。

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = 1, \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OD} = 0, \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = 0, \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OD} = 1$$

また、 $\triangle OAB$ の面積を S_1 、 $\triangle OCD$ の面積を S_2 とおく。

- (1) ベクトル $\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD}$ の成分を求めよ。
- (2) $S_2 = 2S_1$ が成り立つとき、 θ と S_1 の値を求めよ。
- (3) $S = 4S_1 + 3S_2$ を最小にする θ と、そのときの S の値を求めよ。

[5] a を実数とし, $A = \begin{pmatrix} a+1 & a \\ 3 & a+2 \end{pmatrix}$ とする。2点 $P(x, y)$, $Q(X, Y)$

について

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

が成り立つとき, P は A により Q に移るという。

(1) 原点以外の点で, A によりそれ自身に移るものが存在するとき, a を求めよ。

(2) 次の条件(*)をみたす a, k を求めよ。

(*) 直線 $\ell: y = kx + 1$ 上のすべての点は, A により ℓ 上の点に移る。

(3) (*)をみたす a, k に対し, 直線 ℓ 上の点で, A によりそれ自身に移るものを求めよ。

〔6〕 直線 $\ell: mx + ny = 1$ が、楕円 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) に接しながら動くとする。

(1) 点 (m, n) の軌跡は楕円になることを示せ。

(2) C の焦点 $F_1(-\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$ と ℓ との距離を d_1 とし、もう 1 つの焦点 $F_2(\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$ と ℓ との距離を d_2 とする。このとき $d_1 d_2 = b^2$ を示せ。