

平成 23 年度 個別学力試験問題

数 学 (120 分)

社会・国際学群 (社会学類, 国際総合学類)
 人間学群 (教育学類, 心理学類, 障害科学類)
 生命環境学群 (生物学類, 生物資源学類, 地球学類)
 理工学群 (数学類, 物理学類, 化学類, 応用理工学類, 工学システム学類, 社会工学類)
 情報学群 (情報科学類, 情報メディア創成学類, 知識情報・図書館学類)
 医学群 (医学類, 医療科学類)

注 意

- 1 問題冊子は1ページから6ページまでである。
- 2 受験者は、志望する学類の解答すべき問題を下表で確認のうえ、解答しなさい。選択問題も含まれているので十分注意すること。
 ※ ○印のついた問題は必ず解答し、△印もしくは□印のついた問題については選択解答すること。それ以外の問題を解答してはならない。
- 3 解答用紙は問題に対応するものを使用すること。
- 4 国際総合学類においては、「数学Ⅱ・数学B」または「数学Ⅲ・数学C」の問題のいずれかを選択解答すること。
- 5 教育学類および障害科学類においては、「数学Ⅱ・数学B」、「数学Ⅲ」または「数学C」の問題のいずれかを選択解答すること。

学 類	解答すべき問題						備 考
	数学Ⅱ	数学Ⅲ	数学B	数学C			
	1	2	3	4	5	6	
社会学類	○			○			○印の問題2問を解答すること。
国際総合学類	「数学Ⅱ・数学B」選択者	○		○			○印の問題2問を解答すること。
	「数学Ⅲ・数学C」選択者		△	△	□	□	△印の中から1問、□印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
教育学類	「数学Ⅱ・数学B」選択者	○		○			○印の問題2問を解答すること。
障害科学類	「数学Ⅲ」選択者		○	○			○印の問題2問を解答すること。
	「数学C」選択者				○	○	○印の問題2問を解答すること。
心理学類	○	△	△	○	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計4問を解答すること。
生物学類	○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
生物資源学類	○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
地球学類	△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
数学類	△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
物理学類	△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
化学類	△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
応用理工学類	△	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計4問を解答すること。
工学システム学類	△	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計4問を解答すること。
社会工学類	△	○	○	△	□	□	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問、□印の中から1問を選択解答。計4問を解答すること。
情報科学類	△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
情報メディア創成学類	△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
知識情報・図書館学類	△	△	△	□	□	□	△印の中から1問、□印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
医学類	○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
医療科学類	○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。

〔 1 〕 O を原点とする xy 平面において、直線 $y = 1$ の $|x| \geq 1$ を満たす部分を C とする。

(1) C 上に点 $A(t, 1)$ をとるとき、線分 OA の垂直二等分線の方程式を求めよ。

(2) 点 A が C 全体を動くとき、線分 OA の垂直二等分線が通過する範囲を求め、それを図示せよ。

〔2〕 自然数 n に対し、関数

$$F_n(x) = \int_x^{2x} e^{-t^n} dt \quad (x \geq 0)$$

を考える。

(1) 関数 $F_n(x) (x \geq 0)$ はただ一つの点で最大値をとることを示し、 $F_n(x)$ が最大となるような x の値 a_n を求めよ。

(2) (1) で求めた a_n に対し、極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \log a_n$ を求めよ。

[3] α を $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ を満たす定数とする。円 $C: x^2 + (y + \sin \alpha)^2 = 1$ および、その中心を通る直線 $\ell: y = (\tan \alpha)x - \sin \alpha$ を考える。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) 直線 ℓ と円 C の 2 つの交点の座標を α を用いて表せ。

(2) 等式

$$2 \int_{\cos \alpha}^1 \sqrt{1-x^2} dx + \int_{-\cos \alpha}^{\cos \alpha} \sqrt{1-x^2} dx = \frac{\pi}{2}$$

が成り立つことを示せ。

(3) 連立不等式

$$\begin{cases} y \leq (\tan \alpha)x - \sin \alpha \\ x^2 + (y + \sin \alpha)^2 \leq 1 \end{cases}$$

の表す xy 平面上の図形を D とする。図形 D を x 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

[4] 数列 $\{a_n\}$ を,

$$a_1 = 1,$$

$$(n+3)a_{n+1} - na_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

によって定める。

(1) $b_n = n(n+1)(n+2)a_n$ ($n=1, 2, 3, \dots$) によって定まる数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) 等式

$$p(n+1)(n+2) + qn(n+2) + rn(n+1) = b_n \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

が成り立つように、定数 p, q, r の値を定めよ。

(3) $\sum_{k=1}^n a_k$ を n の式で表せ。

- [5] 実数を成分とする行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ を考える。座標平面上の 2 点 $P(x, y)$, $Q(u, v)$ について等式

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

が成り立つとき、行列 A により点 P は点 Q に移るという。

点 $(1, 3)$ は行列 A により点 $(10, 10)$ に移り、さらに等式

$$A^2 - 7A + 10E = O$$

が成り立つものとする。ただし、 $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ である。

このとき、以下の問いに答えよ。

(1) 行列 A により点 $(10, 10)$ が移る点の座標を求めよ。

(2) 実数 a, b, c, d の値を求めよ。

(3) 次の条件(*)を満たす直線 ℓ の方程式を求めよ。

(*) 直線 ℓ 上のすべての点が行列 A により ℓ 上の点に移る。

[6] d を正の定数とする。2 点 $A(-d, 0)$, $B(d, 0)$ からの距離の和が $4d$ である点 P の軌跡として定まる楕円 E を考える。点 A , 点 B , 原点 O から楕円 E 上の点 P までの距離をそれぞれ AP , BP , OP と書く。このとき, 以下の問いに答えよ。

(1) 楕円 E の長軸と短軸の長さを求めよ。

(2) $AP^2 + BP^2$ および $AP \cdot BP$ を, OP と d を用いて表せ。

(3) 点 P が楕円 E 全体を動くとき, $AP^3 + BP^3$ の最大値と最小値を d を用いて表せ。