

平成 24 年度 個別学力試験問題

数 学 (120 分)

社会・国際学群 (社会学類, 国際総合学類)
 人間学群 (教育学類, 心理学類, 障害科学類)
 生命環境学群 (生物学類, 生物資源学類, 地球学類)
 理工学群 (数学類, 物理学類, 化学類, 応用理工学類, 工学システム学類, 社会工学類)
 情報学群 (情報科学類, 情報メディア創成学類, 知識情報・図書館学類)
 医学群 (医学類, 医療科学類)

注 意

- 1 問題冊子は 1 ページから 6 ページまでである。
- 2 受験者は、志望する学類の解答すべき問題を下表で確認のうえ、解答しなさい。選択問題も含まれているので十分注意すること。
 ※ ○印のついた問題は必ず解答し、△印もしくは□印のついた問題については選択解答すること。それ以外の問題を解答してはならない。
- 3 解答用紙は問題に対応するものを使用すること。
- 4 国際総合学類においては、「数学Ⅱ・数学B」または「数学Ⅲ・数学C」の問題のいずれかを選択解答すること。
- 5 教育学類および障害科学類においては、「数学Ⅱ・数学B」、「数学Ⅲ」または「数学C」の問題のいずれかを選択解答すること。

学 類		解答すべき問題						備 考
		数学Ⅱ	数学Ⅲ		数学B	数学C		
		1	2	3	4	5	6	
社 会 学 類		○			○			○印の問題2問を解答すること。
国 際 総 合 学 類	「数学Ⅱ・数学B」選択者	○			○			○印の問題2問を解答すること。
	「数学Ⅲ・数学C」選択者		△	△		□	□	△印の中から1問、□印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
教 育 学 類	「数学Ⅱ・数学B」選択者	○			○			○印の問題2問を解答すること。
障 害 科 学 類	「数学Ⅲ」選択者		○	○				○印の問題2問を解答すること。
	「数学C」選択者					○	○	○印の問題2問を解答すること。
心 理 学 類		○	△	△	○	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計4問を解答すること。
生 物 学 類		○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
生 物 資 源 学 類		○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
地 球 学 類		△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
数 学 類		△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
物 理 学 類		△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
化 学 類		△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
応 用 工 学 類		△	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から3問を選択解答。計5問を解答すること。
工 学 シ ス テ ム 学 類		△	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から3問を選択解答。計5問を解答すること。
社 会 工 学 類		△	○	○	△	□	□	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問、□印の中から1問を選択解答。計4問を解答すること。
情 報 科 学 類		△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
情 報 メ デ ィ ア 創 成 学 類		△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
知 識 情 報 ・ 図 書 館 学 類		△	△	△	□	□	□	△印の中から1問、□印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
医 学 類		○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
医 療 科 学 類		○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。

[1] x の方程式 $|\log_{10} x| = px + q$ (p, q は実数) が 3 つの相異なる正の解をもち、次の 2 つの条件を満たすとする。

(I) 3 つの解の比は、 $1 : 2 : 3$ である。

(II) 3 つの解のうち最小のものは、 $\frac{1}{2}$ より大きく、 1 より小さい。

このとき、 $A = \log_{10} 2$, $B = \log_{10} 3$ とおき、 p と q を A と B を用いて表せ。

[2] 曲線 $C: y = \frac{1}{x+2}$ ($x > -2$) を考える。曲線 C 上の点 $P_1(0, \frac{1}{2})$ における接線を ℓ_1 とし、 ℓ_1 と x 軸との交点を Q_1 、点 Q_1 を通り x 軸と垂直な直線と曲線 C との交点を P_2 とおく。以下同様に、自然数 n ($n \geq 2$) に対して、点 P_n における接線を ℓ_n とし、 ℓ_n と x 軸との交点を Q_n 、点 Q_n を通り x 軸と垂直な直線と曲線 C との交点を P_{n+1} とおく。

(1) ℓ_1 の方程式を求めよ。

(2) P_n の x 座標を x_n ($n \geq 1$) とする。 x_{n+1} を x_n を用いて表し、 x_n を n を用いて表せ。

(3) ℓ_n 、 x 軸、 y 軸で囲まれる三角形の面積 S_n を求め、 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ を求めよ。

[3] 曲線 $C: y = \log x$ ($x > 0$) を考える。自然数 n に対して、曲線 C 上に点 $P(e^n, n)$, $Q(e^{2n}, 2n)$ をとり、 x 軸上に点 $A(e^n, 0)$, $B(e^{2n}, 0)$ をとる。四角形 $APQB$ を x 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を $V(n)$ とする。また、線分 PQ と曲線 C で囲まれる部分を x 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を $S(n)$ とする。

(1) $V(n)$ を n の式で表せ。

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S(n)}{V(n)}$ を求めよ。

[4] 四面体 $OABC$ において、次が満たされているとする。

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OA}$$

点 A, B, C を通る平面を α とする。点 O を通り平面 α と直交する直線と、平面 α との交点を H とする。

(1) $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{BC}$ は垂直であることを示せ。

(2) 点 H は $\triangle ABC$ の垂心であること、すなわち $\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BH} \perp \overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CH} \perp \overrightarrow{AB}$ を示せ。

(3) $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{OC}| = 2$, $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OA} = 1$ とする。
このとき、 $\triangle ABC$ の各辺の長さおよび線分 OH の長さを求めよ。

〔5〕 以下の問いに答えよ。

(1) 座標平面において原点のまわりに角 θ ($0 < \theta < \pi$) だけ回転する移動を表す行列を A とする。 A が等式 $A^2 - A + E = O$ を満たすとき、 θ と A を求めよ。ただし、 $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ である。

(2) 直線 $y = \sqrt{3}x$ に関する対称移動を表す行列 B を求めよ。

(3) 直線 $y = kx$ に関する対称移動を表す行列 C とする。(1), (2)において求めた行列 A , B に対して $BC = A$ が成り立つとき、 k を求めよ。

[6] 2つの双曲線 $C: x^2 - y^2 = 1$, $H: x^2 - y^2 = -1$ を考える。双曲線 H 上の点 $P(s, t)$ に対して、方程式 $sx - ty = 1$ で定まる直線を ℓ とする。

(1) 直線 ℓ は点 P を通らないことを示せ。

(2) 直線 ℓ と双曲線 C は異なる2点 Q, R で交わることを示し、 $\triangle PQR$ の重心 G の座標を s, t を用いて表せ。

(3) (2)における3点 G, Q, R に対して、 $\triangle GQR$ の面積は点 $P(s, t)$ の位置によらず一定であることを示せ。