

平成 27 年度 個別学力試験問題 数 学 (120 分)

社会・国際学群 (社会学類, 国際総合学類)
 人間学群 (教育学類, 心理学類, 障害科学類)
 生命環境学群 (生物学類, 生物資源学類, 地球学類)
 理工学群 (数学類, 物理学類, 化学類, 応用理工学類, 工学システム学類, 社会工学類)
 情報学群 (情報科学類, 情報メディア創成学類, 知識情報・図書館学類)
 医学群 (医学類, 医療科学類)

注 意

- 1 問題冊子は1ページから7ページまでである。
- 2 受験者は, 志望する学類の解答すべき問題を下表で確認のうえ, 解答しなさい。選択問題も含まれているので十分注意すること。
 ※ ○印のついた問題は必ず解答し, △印もしくは□印のついた問題については選択解答すること。
 それ以外の問題を解答してはならない。
- 3 解答用紙は問題に対応するものを使用すること。
- 4 国際総合学類, 障害科学類および工学システム学類においては【選択1】、【選択2】のいずれかを選択解答すること。
- 5 知識情報・図書館学類においては, 【選択1】、【選択2】、【選択3】のいずれかを選択解答すること。

学 類		解答すべき問題							備 考
		数学Ⅱ		数学B	数学Ⅲ		新教育課程数学Ⅲ	旧数学C	
		1	2	3	4	5	6	7	
社 会 学 類		△	△	○					○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
国 際 総 合 学 類	【選択1】 「数学Ⅱ・数学B」選択者	△	△	○					○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
	【選択2】 「数学Ⅲ」選択者				△	△	□	□	△印の中から1問、□印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
教 育 学 類			○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計4問を解答すること。
心 理 学 類			○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計4問を解答すること。
障 害 科 学 類	【選択1】 「数学Ⅱ・数学B」選択者	△	△	○					○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
	【選択2】「数学Ⅲ」選択者				○	○			○印の問題2問を解答すること。
生 物 学 類		△	△	△	○	○	□	□	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問、□印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
生 物 資 源 学 類		△	△	△	○	○	□	□	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問、□印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
地 球 学 類		△	△	△	○	○	□	□	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問、□印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
数 学 類		△	△	△	○	○	□	□	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問、□印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
物 理 学 類		△	△	△	○	○	□	□	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問、□印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
化 学 類		△	△	△	○	○	□	□	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問、□印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
応 用 理 工 学 類		△	△	△	○	○	□	□	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問、□印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
工 学 シ ス テ ム 学 類	【選択1】	△	△	△	○	○	△		○印の問題は必ず解答。△印の中から3問を選択解答。計5問を解答すること。
	【選択2】	△	△	△	○	○		△	○印の問題は必ず解答。△印の中から3問を選択解答。計5問を解答すること。
社 会 工 学 類		△	△	△	○	○	□	□	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問、□印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
情 報 科 学 類		△	△	△	○	○	□	□	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問、□印の中から1問を選択解答。計3問を解答すること。
情報メディア創成学類		△	△	○	○	○	□	□	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問、□印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
知 識 情 報 ・ 図 書 館 学 類	【選択1】 「数学Ⅱ・数学B」選択者	△	△	○					○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
	【選択2】「数学Ⅲ」選択者				△	△	△		△印の中から2問を選択解答すること。
	【選択3】「数学Ⅳ」選択者				△	△		△	△印の中から2問を選択解答すること。
医 学 類		△	△	△	○	○	□	□	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問、□印の中から1問を選択解答。計3問を解答すること。
医 療 科 学 類		△	△	△	○	○	□	□	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問、□印の中から1問を選択解答。計3問を解答すること。

〔 1 〕 以下の問いに答えよ。

- (1) 座標平面において、次の連立不等式の表す領域を図示せよ。

$$\begin{cases} x^2 + y \leq 1 \\ x - y \leq 1 \end{cases}$$

- (2) 2つの放物線 $y = x^2 - 2x + k$ と $y = -x^2 + 1$ が共有点をもつような実数 k の値の範囲を求めよ。

- (3) x, y が (1) の連立不等式を満たすとき、 $y - x^2 + 2x$ の最大値および最小値と、それらを与える x, y の値を求めよ。

〔2〕 半径1の円を内接円とする三角形ABCが、辺ABと辺ACの長さが等しい二等辺三角形であるとする。辺BC, CA, ABと内接円の接点をそれぞれP, Q, Rとする。また、 $\alpha = \angle CAB$, $\beta = \angle ABC$ とし、三角形ABCの面積をSとする。

(1) 線分AQの長さを α を用いて表し、線分QCの長さを β を用いて表せ。

(2) $t = \tan \frac{\beta}{2}$ とおく。このとき、Sを t を用いて表せ。

(3) 不等式 $S \geq 3\sqrt{3}$ が成り立つことを示せ。さらに、等号が成立するのは、三角形ABCが正三角形のときに限ることを示せ。

[3] p と q は正の整数とする。2 次方程式 $x^2 - 2px - q = 0$ の 2 つの実数解を α, β とする。ただし $\alpha > \beta$ とする。数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n = \frac{1}{2}(\alpha^{n-1} + \beta^{n-1}) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定める。ただし $a^0 = 1, \beta^0 = 1$ と定める。

(1) すべての自然数 n に対して、 $a_{n+2} = 2pa_{n+1} + qa_n$ であることを示せ。

(2) すべての自然数 n に対して、 a_n は整数であることを示せ。

(3) 自然数 n に対し、 $\frac{\alpha^{n-1}}{2}$ 以下の最大の整数を b_n とする。 p と q が $q < 2p + 1$ を満たすとき、 b_n を a_n を用いて表せ。

[4] $f(x) = \log(e^x + e^{-x})$ とおく。曲線 $y = f(x)$ の点 $(t, f(t))$ における接線を ℓ とする。直線 ℓ と y 軸の交点の y 座標を $b(t)$ とおく。

(1) 次の等式を示せ。

$$b(t) = \frac{2te^{-t}}{e^t + e^{-t}} + \log(1 + e^{-2t})$$

(2) $x \geq 0$ のとき、 $\log(1 + x) \leq x$ であることを示せ。

(3) $t \geq 0$ のとき、

$$b(t) \leq \frac{2}{e^t + e^{-t}} + e^{-2t}$$

であることを示せ。

(4) $b(0) = \lim_{x \rightarrow \infty} \int_0^x \frac{4t}{(e^t + e^{-t})^2} dt$ であることを示せ。

〔 5 〕 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ を

$$f(x) = \frac{1}{2}(\cos x - \sin x)$$

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$h(x) = \sin x$$

とおく。3つの曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = h(x)$ の $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ を満たす部分を、それぞれ C_1 , C_2 , C_3 とする。

(1) C_2 と C_3 の交点の座標を求めよ。

(2) C_1 と C_3 の交点の x 座標を α とする。 $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ の値を求めよ。

(3) C_1 , C_2 , C_3 によって囲まれる図形の面積を求めよ。

〔6〕 α を実数でない複素数とし、 β を正の実数とする。以下の問いに答えよ。ただし、複素数 w に対してその共役複素数を $\bar{w}$ で表す。

(1) 複素数平面上で、関係式 $\alpha\bar{z} + \bar{\alpha}z = |z|^2$ を満たす複素数 z の描く図形を C とする。このとき、 C は原点を通る円であることを示せ。

(2) 複素数平面上で、 $(z - \alpha)(\beta - \bar{\alpha})$ が純虚数となる複素数 z の描く図形を L とする。 L は (1) で定めた C と 2 つの共有点をもつことを示せ。また、その 2 点を P 、 Q とするとき、線分 PQ の長さを α と $\bar{\alpha}$ を用いて表せ。

(3) β の表す複素数平面上の点を R とする。(2) で定めた点 P 、 Q と点 R を頂点とする三角形が正三角形であるとき、 β を α と $\bar{\alpha}$ を用いて表せ。

- [7] α, β は異なる 2 つの実数とする。座標平面において 2 点 $(\alpha, 1), (\beta, 1)$ をそれぞれ点 $(\alpha^2, \alpha), (\beta^2, \beta)$ に移す 1 次変換を表す行列を A とする。自然数 n に対し、点 $P_n(x_n, y_n)$ を

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定める。

(1) $Q = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ とおくと $AQ = Q \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$ となることを示せ。

(2) 数列 $\{x_n\}, \{y_n\}$ の一般項を求めよ。

(3) 点 $P_2, P_3, P_4, \dots$ がすべて直線 $y = \frac{1}{2}x$ 上にあるような α, β を 1 組求め、そのときの行列 A を求めよ。