

平成 28 年度 個別学力試験問題 数 学 (120 分)

社会・国際学群 (社会学類, 国際総合学類)
 人間学群 (教育学類, 心理学類, 障害科学類)
 生命環境学群 (生物学類, 生物資源学類, 地球学類)
 理工学群 (数学類, 物理学類, 化学類, 応用理工学類, 工学システム学類, 社会工学類)
 情報学群 (情報科学類, 情報メディア創成学類, 知識情報・図書館学類)
 医学群 (医学類, 医療科学類)

注 意

- 1 問題冊子は 1 ページから 6 ページまでである。
- 2 受験者は、志望する学類の解答すべき問題を下表で確認のうえ、解答しなさい。選択問題も含まれているので十分注意すること。
 ※ ○印のついた問題は必ず解答し、△印のついた問題については選択解答すること。それ以外の問題を解答してはならない。
- 3 解答用紙は問題に対応するものを使用すること。
- 4 国際総合学類、障害科学類および知識情報・図書館学類においては、【選択 1】または【選択 2】の問題のいずれかを選択解答すること。

学 類		解答すべき問題						備 考
		数学Ⅱ		数学B	数学Ⅲ			
		1	2	3	4	5	6	
社 会 学 類		△	△	○				○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
国 際 総 合 学 類	[選択1] [数学Ⅱ・数学B]選択者	△	△	○				○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
	[選択2] [数学Ⅲ]選択者				△	△	△	△印の中から2問を選択解答すること。
教 育 学 類		○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計4問を解答すること。
心 理 学 類		○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計4問を解答すること。
障 害 科 学 類	[選択1] [数学Ⅱ・数学B]選択者	△	△	○				○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
	[選択2] [数学Ⅲ]選択者				△	△	△	△印の中から2問を選択解答すること。
生 物 学 類		△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
生 物 資 源 学 類		△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
地 球 学 類		△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
数 学 類		△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
物 理 学 類		△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
化 学 類		△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
応 用 理 工 学 類		△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
工学システム学類		△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
社 会 工 学 類		△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計4問を解答すること。
情 報 科 学 類		△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
情報メディア創成学類		△	△	○	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
知識情報・図書館学類	[選択1]		△	△	△	△	△	△印の中から2問を選択解答すること。
	[選択2]	△		△	△	△	△	△印の中から2問を選択解答すること。
医 学 類		○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
医 療 科 学 類		○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。

[1] k を実数とする。 xy 平面の曲線 $C_1 : y = x^2$ と $C_2 : y = -x^2 + 2kx + 1 - k^2$ が異なる共有点 P, Q を持つとする。ただし点 P, Q の x 座標は正であるとする。また、原点を O とする。

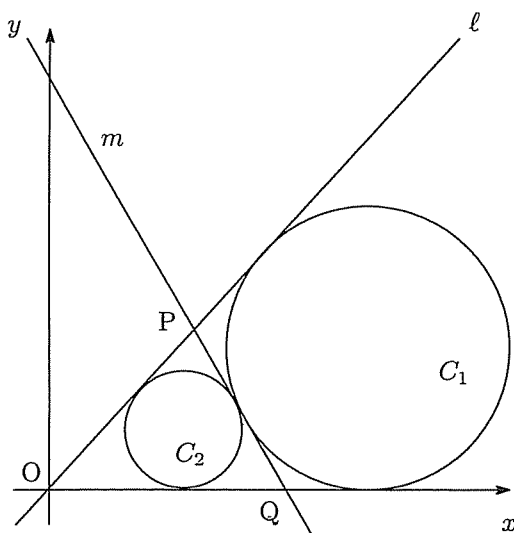
- (1) k のとりうる値の範囲を求めよ。
- (2) k が (1) の範囲を動くとき、 $\triangle OPQ$ の重心 G の軌跡を求めよ。
- (3) $\triangle OPQ$ の面積を S とするとき、 S^2 を k を用いて表せ。
- (4) k が (1) の範囲を動くとする。 $\triangle OPQ$ の面積が最大となるような k の値と、そのときの重心 G の座標を求めよ。

〔 2 〕 xy 平面の直線 $y = (\tan 2\theta)x$ を ℓ とする。ただし $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ とする。図で示すように、円 C_1 , C_2 を以下の (i)~(iv) で定める。

- (i) 円 C_1 は直線 ℓ および x 軸の正の部分と接する。
- (ii) 円 C_1 の中心は第 1 象限にあり、原点 O から中心までの距離 d_1 は $\sin 2\theta$ である。
- (iii) 円 C_2 は直線 ℓ , x 軸の正の部分, および円 C_1 と接する。
- (iv) 円 C_2 の中心は第 1 象限にあり、原点 O から中心までの距離 d_2 は $d_1 > d_2$ を満たす。

円 C_1 と円 C_2 の共通接線のうち、 x 軸、直線 ℓ と異なる直線を m とし、直線 m と直線 ℓ , x 軸との交点をそれぞれ P , Q とする。

- (1) 円 C_1 , C_2 の半径を $\sin \theta$, $\cos \theta$ を用いて表せ。
- (2) θ が $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ の範囲を動くとき、線分 PQ の長さの最大値を求めよ。
- (3) (2)の最大値を与える θ について直線 m の方程式を求めよ。



〔 3 〕 四面体 OABC において、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおく。このとき等式

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{a} = 1$$

が成り立つとする。 t は実数の定数で、 $0 < t < 1$ を満たすとする。線分 OA を $t : 1 - t$ に内分する点を P とし、線分 BC を $t : 1 - t$ に内分する点を Q とする。また、線分 PQ の中点を M とする。

(1) $\overrightarrow{OM}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ と t を用いて表せ。

(2) 線分 OM と線分 BM の長さが等しいとき、線分 OB の長さを求めよ。

(3) 4 点 O, A, B, C が点 M を中心とする同一球面上にあるとする。このとき、 $\triangle OAB$ と $\triangle OCB$ は合同であることを示せ。

[4] 関数 $f(x) = 2\sqrt{x}e^{-x} (x \geq 0)$ について次の問いに答えよ。

(1) $f'(a) = 0$, $f''(b) = 0$ を満たす a, b を求め、 $y = f(x)$ のグラフの概形を描け。ただし、 $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x}e^{-x} = 0$ であることは証明なしで用いてよい。

(2) $k \geq 0$ のとき $V(k) = \int_0^k xe^{-2x} dx$ を k を用いて表せ。

(3) (1) で求めた a, b に対して曲線 $y = f(x)$ と x 軸および 2 直線 $x = a$, $x = b$ で囲まれた図形を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ。

- [5] $\triangle PQR$ において $\angle RPQ = \theta$, $\angle PQR = \frac{\pi}{2}$ とする。点 $P_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ を次で定める。

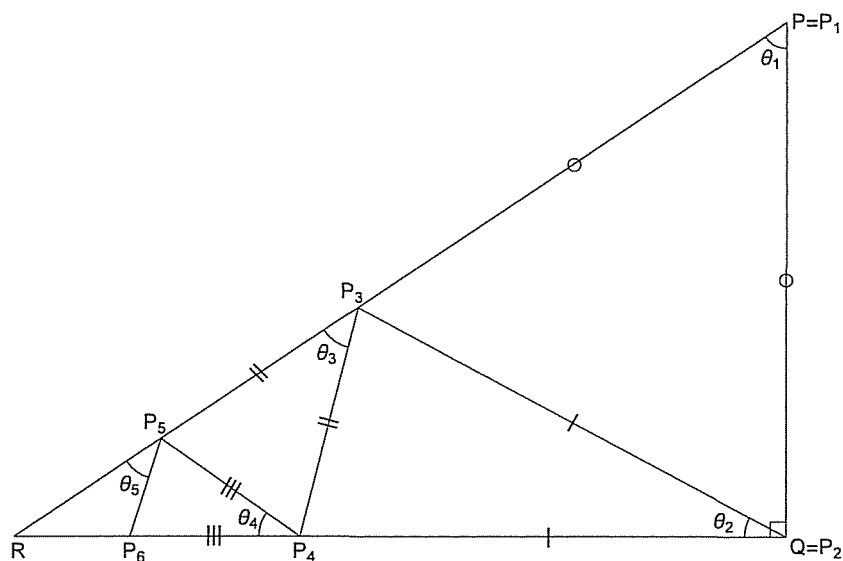
$$P_1 = P, P_2 = Q, P_n P_{n+2} = P_n P_{n+1}$$

ただし、点 P_{n+2} は線分 $P_n R$ 上にあるものとする。実数 $\theta_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ を

$$\theta_n = \angle P_{n+1} P_n P_{n+2} \quad (0 < \theta_n < \pi)$$

で定める。

- (1) θ_2, θ_3 を θ を用いて表せ。
- (2) $\theta_{n+1} + \frac{\theta_n}{2} (n = 1, 2, 3, \dots)$ は n によらない定数であることを示せ。
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \theta_n$ を求めよ。



〔 6 〕 複素数平面上を動く点 z を考える。次の問いに答えよ。

(1) 等式 $|z - 1| = |z + 1|$ を満たす点 z の全体は虚軸であることを示せ。

(2) 点 z が原点を除いた虚軸上を動くとき、 $w = \frac{z+1}{z}$ が描く図形は直線から 1 点を除いたものとなる。この図形を描け。

(3) a を正の実数とする。点 z が虚軸上を動くとき、 $w = \frac{z+1}{z-a}$ が描く図形は円から 1 点を除いたものとなる。この円の中心と半径を求めよ。

