平成29年度　個別学力試験問題

数　　学（120分）

社会・国際学群　（社会学類，国際総合学類）
人　間　学　群　（教育学類，心理学類，障害科学類）
生命環境学群　（生物学類，生物資源学類，地球学類）
理　工　学　群　（数学類，物理学類，化学類，応用理工学類，工学システム学類，社会工学類）
情　報　学　群　（情報科学類，情報メディア創成学類，知識情報・図書館学類）
医　　学　　群　（医学類，医療科学類）

注　　意

1　問題冊子は1ページから6ページまでである。

2　受験者は，志望する学類の解答すべき問題を下表で確認のうえ，解答しなさい。選択問題も含まれているので十分注意すること。

※　○印のついた問題は必ず解答し，△印のついた問題については選択解答すること。それ以外の問題を解答してはならない。

3　解答用紙は問題に対応するものを使用すること。

4　国際総合学類，障害科学類および知識情報・図書館学類においては，【選択1】または【選択2】の問題のいずれかを選択解答すること。

学類		解答すべき問題 数学Ⅱ 1	数学Ⅱ 2	数学B 3	数学Ⅲ 4	数学Ⅲ 5	数学Ⅲ 6	備考
社会学類		△	△	○				○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
国際総合学類	【選択1】「数学Ⅱ・数学B」選択者	△	△	○				○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
	【選択2】「数学Ⅲ」選択者				△	△	△	△印の中から2問を選択解答すること。
教育学類		○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計4問を解答すること。
心理学類		○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計4問を解答すること。
障害科学類	【選択1】「数学Ⅱ・数学B」選択者	△	△	○				○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
	【選択2】「数学Ⅲ」選択者				△	△	△	△印の中から2問を選択解答すること。
生物学類		△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
生物資源学類		△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
地球学類		△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
数学類		△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
物理学類		△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
化学類		△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
応用理工学類		△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
工学システム学類		△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
社会工学類		△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計4問を解答すること。
情報科学類		△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
情報メディア創成学類		△	△	○	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
知識情報・図書館学類	【選択1】		△	△	△	△	△	△印の中から2問を選択解答すること。
	【選択2】	△		△	△	△	△	△印の中から2問を選択解答すること。
医学類		○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
医療科学類		○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。

〔1〕 aを正の実数とする。2つの関数

$$y=\frac{1}{3}ax^2-2a^2x+\frac{7}{3}a^3, \qquad y=-\frac{2}{3}ax^2+2a^2x-\frac{2}{3}a^3$$

のグラフは，2点A，Bで交わる。但し，Aのx座標はBのx座標より小さいとする。また，2点A，Bを結ぶ線分の垂直二等分線をℓとする。

(1) 2点A，Bの座標をaを用いて表せ。

(2) 直線ℓの方程式をaを用いて表せ。

(3) 原点と直線ℓの距離dをaを用いて表せ。また，$a>0$の範囲でdを最大にするaの値を求めよ。

〔2〕 a, b, c を実数とし，β, m をそれぞれ $0 < \beta < 1$, $m > 0$ を満たす実数とする。また，関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ は $x = \beta$, $-\beta$ で極値をとり，$f(-1) = f(\beta) = -m$, $f(1) = f(-\beta) = m$ を満たすとする。

(1) a, b, c, および β, m の値を求めよ。

(2) 関数 $g(x) = x^3 + px^2 + qx + r$ は，$-1 \leqq x \leqq 1$ に対して $f(-1) \leqq g(x) \leqq f(1)$ を満たすとする。$h(x) = f(x) - g(x)$ とおくとき，$h(-1)$, $h(-\beta)$, $h(\beta)$, $h(1)$ それぞれと 0 との大きさを比較することにより，$h(x)$ を求めよ。

〔3〕 数列$\{a_n\}$が

$$a_1 = 1,\ a_2 = 3,\ a_{n+2} = 3a_{n+1}^2 - 6a_{n+1}a_n + 3a_n^2 + a_{n+1} \quad (n = 1, 2, \cdots)$$

を満たすとする。また，$b_n = a_{n+1} - a_n\ (n = 1, 2, \cdots)$とおく。以下の問いに答えよ。

(1) $b_n \geqq 0\ (n = 1, 2, \cdots)$を示せ。

(2) $b_n\ (n = 1, 2, \cdots)$の一の位の数が2であることを数学的帰納法を用いて証明せよ。

(3) a_{2017}の一の位の数を求めよ。

〔4〕 関数

$$f(x) = 2x^2 - 9x + 14 - \frac{9}{x} + \frac{2}{x^2} \quad (x > 0)$$

について以下の問いに答えよ。

(1) 方程式 $f(x) = 0$ の解をすべて求めよ。

(2) 関数 $f(x)$ のすべての極値を求めよ。

(3) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸とで囲まれた部分の面積を求めよ。

〔 5 〕 xy 平面において，x 座標と y 座標がともに整数である点を格子点という。また，実数 a に対して，a 以下の最大の整数を $[a]$ で表す。記号 $[\ ]$ をガウス記号という。以下の問いでは N を自然数とする。

(1) n を $0 \leqq n \leqq N$ を満たす整数とする。点 $(n,\ 0)$ と点 $\left(n,\ N\sin\left(\dfrac{\pi n}{2N}\right)\right)$ を結ぶ線分上にある格子点の個数をガウス記号を用いて表せ。

(2) 直線 $y = x$ と，x 軸，および直線 $x = N$ で囲まれた領域(境界を含む)にある格子点の個数を $A(N)$ とおく。このとき $A(N)$ を求めよ。

(3) 曲線 $y = N\sin\left(\dfrac{\pi x}{2N}\right)$ $(0 \leqq x \leqq N)$ と，x 軸，および直線 $x = N$ で囲まれた領域(境界を含む)にある格子点の個数を $B(N)$ とおく。(2) の $A(N)$ に対して $\displaystyle\lim_{N \to \infty} \frac{B(N)}{A(N)}$ を求めよ。

〔6〕 $0 < a < \dfrac{\pi}{2}$ とする。複素数平面上において，原点を中心とする半径1の円の上に異なる5点 $P_1(w_1)$，$P_2(w_2)$，$P_3(w_3)$，$P_4(w_4)$，$P_5(w_5)$ が反時計まわりに並んでおり，次の2つの条件(I)，(II)を満たすとする。

(I) $(\cos^2 a)(w_2 - w_1)^2 + (\sin^2 a)(w_5 - w_1)^2 = 0$ が成り立つ。

(II) $\dfrac{w_3}{w_2}$ と $-\dfrac{w_4}{w_2}$ は方程式 $z^2 - \sqrt{3}\,z + 1 = 0$ の解である。

また，五角形 $P_1P_2P_3P_4P_5$ の面積を S とする。以下の問いに答えよ。

(1) 五角形 $P_1P_2P_3P_4P_5$ の頂点 P_1 における内角 $\angle P_5P_1P_2$ を求めよ。

(2) S を a を用いて表せ。

(3) $R = |w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5|$ とする。このとき，$R^2 + 2S$ は a の値によらないことを示せ。