

# 平成 31 年度 個別学力試験問題

## 数 学 (120 分)

社会・国際学群 (社会学類, 国際総合学類)  
 人間学群 (教育学類, 心理学類, 障害科学類)  
 生命環境学群 (生物学類, 生物資源学類, 地球学類)  
 理工学群 (数学類, 物理学類, 化学類, 応用理工学類, 工学システム学類, 社会工学類)  
 情報学群 (情報科学類, 情報メディア創成学類, 知識情報・図書館学類)  
 医学群 (医学類, 医療科学類)

### 注 意

- 問題冊子は 1 ページから 6 ページまでである。
- 受験者は、志望する学類の解答すべき問題を下表で確認のうえ、解答しなさい。選択問題も含まれているので十分注意すること。  
 ※ ○印のついた問題は必ず解答し、△印のついた問題については選択解答すること。  
 それ以外の問題を解答してはならない。
- 解答用紙は問題に対応するものを使用すること。
- 国際総合学類、障害科学類および知識情報・図書館学類においては、【選択 1】または【選択 2】の問題のいずれかを選択解答すること。

| 学 類             |                        | 解答すべき問題 |   |     |     |   |   | 備 考                                      |
|-----------------|------------------------|---------|---|-----|-----|---|---|------------------------------------------|
|                 |                        | 数学Ⅱ     |   | 数学Ⅲ | 数学Ⅳ |   |   |                                          |
|                 |                        | 1       | 2 | 3   | 4   | 5 | 6 |                                          |
| 社 会 学 類         |                        | △       | △ | ○   |     |   |   | ○印の問題は必ず解答。△印の中から 1 問を選択解答。計 2 問を解答すること。 |
| 国 際 総 合 学 類     | 【選択 1】<br>[数学Ⅱ・数学Ⅲ]選択者 | △       | △ | ○   |     |   |   | ○印の問題は必ず解答。△印の中から 1 問を選択解答。計 2 問を解答すること。 |
|                 | 【選択 2】<br>[数学Ⅳ]選択者     |         |   |     | △   | △ | △ | △印の中から 2 問を選択解答すること。                     |
| 教 育 学 類         |                        | ○       | ○ | ○   | △   | △ | △ | ○印の問題は必ず解答。△印の中から 1 問を選択解答。計 4 問を解答すること。 |
| 心 理 学 類         |                        | ○       | ○ | ○   | △   | △ | △ | ○印の問題は必ず解答。△印の中から 1 問を選択解答。計 4 問を解答すること。 |
| 障 害 科 学 類       | 【選択 1】<br>[数学Ⅱ・数学Ⅲ]選択者 | △       | △ | ○   |     |   |   | ○印の問題は必ず解答。△印の中から 1 問を選択解答。計 2 問を解答すること。 |
|                 | 【選択 2】<br>[数学Ⅳ]選択者     |         |   |     | △   | △ | △ | △印の中から 2 問を選択解答すること。                     |
| 生 物 学 類         |                        | △       | △ | △   | ○   | ○ | ○ | ○印の問題は必ず解答。△印の中から 2 問を選択解答。計 5 問を解答すること。 |
| 生 物 資 源 学 類     |                        | △       | △ | △   | ○   | ○ | ○ | ○印の問題は必ず解答。△印の中から 2 問を選択解答。計 5 問を解答すること。 |
| 地 球 学 類         |                        | △       | △ | △   | ○   | ○ | ○ | ○印の問題は必ず解答。△印の中から 2 問を選択解答。計 5 問を解答すること。 |
| 数 学 類           |                        | △       | △ | △   | ○   | ○ | ○ | ○印の問題は必ず解答。△印の中から 2 問を選択解答。計 5 問を解答すること。 |
| 物 理 学 類         |                        | △       | △ | △   | ○   | ○ | ○ | ○印の問題は必ず解答。△印の中から 2 問を選択解答。計 5 問を解答すること。 |
| 化 学 類           |                        | △       | △ | △   | ○   | ○ | ○ | ○印の問題は必ず解答。△印の中から 2 問を選択解答。計 5 問を解答すること。 |
| 応 用 理 工 学 類     |                        | △       | △ | △   | ○   | ○ | ○ | ○印の問題は必ず解答。△印の中から 2 問を選択解答。計 5 問を解答すること。 |
| 工 学 シ ス テ ム 学 類 |                        | △       | △ | △   | ○   | ○ | ○ | ○印の問題は必ず解答。△印の中から 2 問を選択解答。計 5 問を解答すること。 |
| 社 会 工 学 類       |                        | △       | △ | △   | ○   | ○ | ○ | ○印の問題は必ず解答。△印の中から 1 問を選択解答。計 4 問を解答すること。 |
| 情 報 科 学 類       |                        | △       | △ | △   | ○   | ○ | ○ | ○印の問題は必ず解答。△印の中から 2 問を選択解答。計 5 問を解答すること。 |
| 情報メディア創成学類      |                        | △       | △ | ○   | ○   | ○ | ○ | ○印の問題は必ず解答。△印の中から 1 問を選択解答。計 5 問を解答すること。 |
| 知識情報・図書館学類      | 【選択 1】                 |         | △ | △   | △   | △ | △ | △印の中から 2 問を選択解答すること。                     |
|                 | 【選択 2】                 | △       |   | △   | △   | △ | △ | △印の中から 2 問を選択解答すること。                     |
| 医 学 類           |                        | ○       | ○ | ○   | △   | △ | △ | ○印の問題は必ず解答。△印の中から 2 問を選択解答。計 5 問を解答すること。 |
| 医 療 科 学 類       |                        | ○       | ○ | ○   | △   | △ | △ | ○印の問題は必ず解答。△印の中から 2 問を選択解答。計 5 問を解答すること。 |

[1]  $k > 0$ ,  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$  とする。放物線  $C: y = x^2 - kx$  と直線  $\ell: y = (\tan \theta)x$  の交点のうち、原点  $O$  と異なるものを  $P$  とする。放物線  $C$  の点  $O$  における接線を  $\ell_1$  とし、点  $P$  における接線を  $\ell_2$  とする。直線  $\ell_1$  の傾きが  $-\frac{1}{3}$  で、直線  $\ell_2$  の傾きが  $\tan 2\theta$  であるとき、以下の問いに答えよ。

(1)  $k$  を求めよ。

(2)  $\tan \theta$  を求めよ。

(3) 直線  $\ell_1$  と  $\ell_2$  の交点を  $Q$  とする。 $\angle PQO = \alpha$  (ただし  $0 \leq \alpha \leq \pi$ ) とするとき、 $\tan \alpha$  を求めよ。

〔2〕 以下の問いに答えよ。

- (1)  $a, b, c, x, y, z, M$  は正の実数とする。 $\frac{x}{a}, \frac{y}{b}, \frac{z}{c}$  がすべて  $M$  以下のとき,

$$\frac{x+y+z}{a+b+c} \leq M$$

であることを示せ。

- (2)  $\log_2 5$  と  $\log_3 5$  の大小を比較せよ。

- (3)  $n$  が正の整数のとき,

$$1 < \frac{1 + \log_2 5 + (\log_2 5)^n}{1 + \log_3 5 + (\log_3 5)^n} < 2^n$$

であることを示せ。

〔3〕 四面体  $OABC$  について、 $OA = OB = OC$  および  $\angle AOB = \angle BOC = \angle COA$  が成り立つとする。 $0 < s < 1$ ,  $0 < t < 1$  を満たす実数  $s, t$  に対し、辺  $OA$  を  $s : 1 - s$  に内分する点を  $D$  とし、辺  $OB$  を  $t : 1 - t$  に内分する点を  $E$  とする。 $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{OC}$  となる点  $F, G$  をとり、線分  $EF$  と線分  $DG$  が 1 点で交わり、その交点を  $P$  とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ ,  $\angle AOB = \theta$  とするとき、以下の問いに答えよ。

(1)  $t = s$  であることを示し、 $\overrightarrow{OP}$  を  $s, \vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  を用いて表せ。

(2)  $\overrightarrow{EF} \perp \overrightarrow{DG}$  であるとき、 $\cos \theta$  を  $s$  を用いて表せ。

(3)  $\overrightarrow{EF} \perp \overrightarrow{DG}$  かつ  $\sqrt{3} OP = OA$  であるとき、 $s$  の値を求めよ。

[ 4 ]  $0 \leq x \leq \pi$  の範囲において、関数  $f(x)$ ,  $g(x)$  を

$$f(x) = 1 + \sin x, \quad g(x) = -1 - \cos x$$

と定める。

(1)  $0 \leq x \leq \pi$  の範囲において、 $|f(x)| = |g(x)|$  を満たす  $x$  を求めよ。

(2) 曲線  $y = f(x)$ , 曲線  $y = g(x)$ , 直線  $x = 0$  および直線  $x = \pi$  で囲まれる部分を、 $x$  軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

[5] 数列  $\{a_n\}$  を  $a_n = \frac{1}{2^n}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) で定める。以下の問いに答えよ。

(1)  $t > 0$  のとき,  $1 \leq \frac{e^t - 1}{t} \leq e^t$  であることを示せ。

(2) 数列  $\{x_n\}$ ,  $\{y_n\}$ ,  $\{z_n\}$  を

$$\begin{cases} x_n = \log(e^{a_n} + 1) \\ y_n = \log(e^{a_n} - 1) \\ z_n = y_n + \sum_{k=1}^n x_k \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。 $z_n$  は  $n$  によらない定数であることを示せ。

(3)  $\sum_{k=1}^{\infty} \log\left(\frac{e^{a_k} + 1}{2}\right)$  を求めよ。

[6]  $|z|^2 + 3 = 2(z + \bar{z})$ を満たす複素数 $z$ 全体の集合を $A$ とする。ただし $\bar{z}$ は $z$ の共役複素数である。

(1) 集合 $A$ を複素数平面上に図示せよ。

(2)  $A$ の要素 $z$ の偏角を $\theta$ とする。ただし $-\pi < \theta \leq \pi$ とする。 $z$ が $A$ を動くとき、 $\theta$ のとりうる値の範囲を求めよ。

(3)  $z^{60}$ が正の実数となる $A$ の要素 $z$ の個数を求めよ。