

平成 10 年度入学者選抜学力検査問題

9 時 00 分——11 時 00 分

教育学部志願者

数学専修，数学科専攻，技術科専攻を志願した者
 教育専修，教育心理専修，理科専修，理科専攻，家政専修，家政科専攻，小学部，中学部を志願し数学を選択した者

9 時 00 分——11 時 00 分

工学部志願者

機械システム工学科，電気電子工学科，建設学科，情報工学科を志願した者

9 時 00 分——10 時 30 分

農学部志願者

農業環境工学科，農業経済学科を志願し数学を選択した者

数 学 (本文 3 ページ)

1. 検査開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけない。
2. 「受験番号」は，解答用紙の受験番号欄に忘れずに記入すること。
3. この問題冊子には，「9 問題」ある。落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合は，申し出ること。
4. 解答は，必ず解答用紙の所定の解答欄に記入すること。所定の欄以外に記入したものは，無効である。
5. **教育学部志願者**は，第 1，3，5，6，7 問の問題を解答すること。
6. **工学部志願者**は，第 4，5，6，8，9 問の問題を解答すること。
7. **農学部農業環境工学科**の志願者は，第 1，2，3，4 問の問題を解答すること。
 ただし，そのうち，旧課程履修者で経過措置の問題を選択する者は，解答用紙の第 1 ページの左下の経過措置欄に○印をつけてから，第 3，4，5，6 問の問題を解答すること。
8. **農学部農業経済学科**の志願者は，第 1，3，5，6 問の問題を解答すること。
9. 計算用紙は別に配付しないから，問題冊子の余白を使うこと。

〔注意〕

第1問 8冊の本がある。このうち4冊は同じ本である。このとき、次の問いに答えよ。

問1 4人の人 a, b, c, d に本を2冊ずつわける。どの人にも同じ本2冊をわけないようにするわけ方は何通りか。

問2 わけ方に条件をつけずに、4人の人 a, b, c, d に本を2冊ずつわける方法は何通りか。

問3 これら8冊の本を2冊ずつ4つの組にわける方法は何通りか。

第2問 一辺が2の正三角形 ABC が与えられている。 $AD = CE = x$ となるように AB 上に点 D 、 CA 上に点 E をとる。 x が動くとき、次の問いに答えよ。

問1 DE の最小値を求めよ。

問2 $BE = t$ とするとき、四角形 $DBCE$ の面積 S を t を用いて表せ。

問3 問2の S の最小値とそのときの x の値を求めよ。

第3問 曲線 $y = x^2 - x$ を C 、点 $(0, 1)$ を A とする。このとき、次の問いに答えよ。

問1 A と C 上の点までの距離の最小値を求めよ。

問2 C 上を点 P が動くとき、直線 PA と C とで囲まれる図形の面積の最小値を求めよ。

第4問 点 P が円 $x^2 + y^2 = 1$ の上を正の向きに点 $A(1, 0)$ から点 $B(0, -1)$ まで動くとする。このとき、次の問いに答えよ。

問1 $\angle PAB = \theta$ とするとき、 $\sqrt{2}PA + PB$ を θ で表せ。

問2 $\sqrt{2}PA + PB$ の最大値を求めよ。

第5問 $a_1, a_2, a_3, \dots$ を数列とし、数列 $b_1, b_2, b_3, \dots$ を

$$b_n = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

とする。このとき、次の問いに答えよ。

問1 数列 $\{a_n\}$ が公差 l の等差数列であるとき、

$$\frac{b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を a_1, l, n を用いて表せ。

問2 数列 $\{a_n\}$ が条件 $a_{n+1} \geq a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) をみたすとき、

数列 $\{b_n\}$ も条件 $b_{n+1} \geq b_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) をみたすことを示せ。

第6問 正三角形 OAB において、線分 OA を $1:2$ の比に内分する点を M とし、線分 OB を $3:2$ の比に内分する点を N とする。線分 AN と線分 BM の交点を P とするとき、次の問いに答えよ。

問1 $\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ と $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ で表せ。

問2 $\angle AOP = \theta$ とするとき、 $\cos \theta$ を求めよ。

第7問 次の問いに答えよ。

問1 原点を通り、曲線 $y = \log x$ に接する直線 l の方程式を求めよ。

問2 曲線 $y = \log x$ と x 軸と問1で求めた直線 l とで囲まれた図形 F の面積を求めよ。

問3 問2の図形 F を x 軸のまわりに1回転させてできる回転体の体積を求めよ。

(注)関係式 $\int (\log x)^2 dx = x (\log x)^2 - 2 \int (\log x) dx$ を利用する。

第8問 n 枚のカードに、1, 2, 3, ..., n の数字が一つずつ記入されている。

このカードの中から無作為に2枚のカードを抜き取ったとき、カードの数字のうち小さい方を X 、大きい方を Y とする。このとき、次の問いに答えよ。

問1 $X=k$ となる確率を求めよ。ただし、 k は1, 2, 3, ..., n のいずれかの数字とする。

問2 X の期待値を求めよ。

問3 Y の期待値を求めよ。

問4 $X+Y$ の期待値を求めよ。

第9問 曲線 $y = e^{-x} \sin x$ と x 軸および2直線 $x = (k-1)\pi$, $x = k\pi$ で囲ま

れた図形を x 軸のまわりに1回転してできる立体の体積を V_k とする。ただし、 k は自然数、 π は円周率とする。このとき、次の問いに答えよ。

問1 $x > 0$ における曲線 y の最大値および最小値を求めよ。

問2 関係式 $\int e^{-2x} \cos 2x \, dx = \frac{1}{4} e^{-2x} (\sin 2x - \cos 2x) + C$ (C は定数) を利用して、 V_k を k を用いて表せ。

問3 $\frac{V_{k+1}}{V_k}$ を求めよ。

問4 $\sum_{k=1}^{\infty} V_k$ を求めよ。