

平成 21 年度入学者選抜学力検査問題

9 時 00 分 — 10 時 30 分 **教育学部志願者**

自然系を志願した者

9 時 00 分 — 11 時 00 分 **工学部志願者**

機械システム工学科，電気電子工学科，建設学科，情報
工学科を志願した者

9 時 00 分 — 11 時 00 分 **農学部志願者**

農業環境工学科，農業経済学科，森林科学科を志願し数
学を選択した者

数 学 (本文 3 ページ)

[注意]

1. 検査開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけない。
2. 「受験番号」は，解答用紙の受験番号欄に忘れずに記入すること。
3. この問題冊子には，「6 問題」ある。落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所など
があった場合は，申し出ること。
4. 解答は，必ず解答用紙の所定の解答欄に記入すること。解答欄は裏面に
もある。
5. **教育学部**志願者は，第 1， 2， 3， 4 問の問題を解答すること。
6. **工学部**志願者は，第 1， 2， 3， 5， 6 問の問題を解答すること。
7. **農学部**の志願者は，第 1， 2， 3， 4， 5 問の問題を解答すること。
8. 計算用紙は別に配付しないから，問題冊子の余白を使うこと。

第1問 x の2次関数 $y = kx^2 + 2kx - 1$ のグラフが x 軸と共有点をもつとき、次の問いに答えよ。

問1 定数 k の値の範囲を求めよ。

問2 この関数の $-3 \leq x \leq 2$ における最大値と最小値を k の式で表せ。

問3 この関数の $-3 \leq x \leq 2$ における最大値が $-k^2 - 2k$ であるとき、 k の値を求めよ。

第2問 数列 $\{a_n\}$ は初項 $a_1 = 1$ 、公差 d の等差数列、数列 $\{b_n\}$ は初項 $b_1 = b$ 、公比 r の等比数列とする。

$$S = a_1 \cdot b_1 + 2 a_2 \cdot b_2 + 3 a_3 \cdot b_3 + \cdots + n a_n \cdot b_n$$

とおくとき、次の問いに答えよ。

問1 等差数列 $\{a_n\}$ 、および等比数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

問2 $r = 1$ とする。このとき S を求めよ。

問3 $r \neq 1$ とする。 $d = 1$ のとき S を求めよ。

第3問 2点 P, Q は平面上の原点 O を中心とする半径1の円周上を動く。 $\vec{p} = \overrightarrow{OP}$, $\vec{q} = \overrightarrow{OQ}$ とし, $A(1, 0)$, $B(0, 1)$ とするとき次の問いに答えよ。

問1 $\overrightarrow{OA} = \vec{p} + \vec{q}$ をみたす $\vec{p}$ と $\vec{q}$ の組をひとつ求めよ。

問2 $|\vec{p} + \vec{q}|$ を $\vec{p}$ と $\vec{q}$ の内積 $\vec{p} \cdot \vec{q}$ を用いて表せ。

問3 $\vec{p} + \vec{q} = \overrightarrow{OR}$ である点 R が直線 AB 上にあるように P, Q が動くとき, $\vec{p} \cdot \vec{q}$ の最小値を求めよ。

問4 $\vec{p} + \vec{q} = \overrightarrow{OR}$ である点 R が直線 AB 上にあるように P, Q が動くとき, $\vec{p} \cdot \vec{q}$ が最大となる $\vec{p}$ と $\vec{q}$ を求めよ。

第4問 関数 $f(x) = x^3 - 3k^2x + 2k$ について次の問いに答えよ。

ただし, k は定数で $k \neq 0$ とする。

問1 関数 $y = f(x)$ の極大値と極小値を k の式で表せ。

問2 3次方程式 $f(x) = 0$ が異なる3個の実数解をもつとき, 定数 k の値の範囲を求めよ。

問3 曲線 $y = f(x)$ 上の2点 P, Q を次のように定める。 P は $f(x)$ が極大値をとる点, Q は $f(x)$ が極小値をとる点とする。 P と Q の中点 R の座標を求めよ。

問4 曲線 $y = f(x)$ 上の相異なる2点 $A(a, f(a))$, $B(b, f(b))$ における接線が平行であるとき, 直線 AB は問3で求めた点 R を通ることを示せ。

第5問 曲線 C は原点を通る 2 次関数のグラフであり、その頂点は曲線 $y = e^{-x}$ 上の $x > 0$ の部分にある。 C の頂点の x 座標を p として、次の問いに答えよ。

問1 C の方程式を p を用いて表せ。

問2 C と x 軸で囲まれた部分を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積 V を、 p の関数として表せ。

問3 問2で求めた p の関数 V の最大値を求めよ。

第6問 行列 $A = \begin{pmatrix} a & a \\ b & b \end{pmatrix}$ について、 $A^2 = kA$ となる定数 k が存在するとき、次の問いに答えよ。ただし $a + b \neq 0$ とする。

問1 k を a と b で表せ。

問2 n を自然数とする。 A^n を a, b, n を用いて表せ。

問3 n を自然数とする。数学的帰納法によって等式

$$(E + A)^n = E + \frac{(a + b + 1)^n - 1}{a + b} A$$

を証明せよ。ただし、 $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とする。