

平成 22 年度入学者選抜学力検査問題

9 時 00 分 — 10 時 30 分 **教育学部志願者**

文系を志願し数学を選択した者

理系を志願した者

総合人間形成課程を志願し数学を選択した者

9 時 00 分 — 11 時 00 分 **工学部志願者**

機械システム工学科，電気電子工学科，建設学科，情報工学科を志願した者

9 時 00 分 — 11 時 00 分 **農学部志願者**

農業環境工学科，農業経済学科，森林科学科を志願し数学を選択した者

数 学

(本文 3 ページ)

〔注意〕

1. 検査開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけない。
2. 「受験番号」は，解答用紙の受験番号欄に忘れずに記入すること。
3. この問題冊子には，「6 問題」ある。落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合は，申し出ること。
4. 解答は，必ず解答用紙の所定の解答欄に記入すること。解答欄は裏面にもある。
5. **教育学部志願者**は，第 1， 2， 3， 4 問の問題を解答すること。
6. **工学部志願者**は，第 1， 2， 3， 5， 6 問の問題を解答すること。
7. **農学部志願者**は，第 1， 2， 3， 4， 6 問の問題を解答すること。
8. 計算用紙は別に配付しないから，問題冊子の余白を使うこと。

第 1 問 0 以上の整数 a, b, c, d, n について, 次の問いに答えよ。

問 1 $a + b = n$ を満たす a, b の組 (a, b) は全部で何個あるか, n を用いて表せ。

問 2 $a + b + c = n$ を満たす a, b, c の組 (a, b, c) は全部で何個あるか, n を用いて表せ。

問 3 $a + b + c + d = n$ を満たす a, b, c, d の組 (a, b, c, d) は全部で何個あるか, n を用いて表せ。

第 2 問 座標平面の x 軸の正の部分の始線にとり, 角 $\theta_n^\circ \geq 0$ (度数法) の動径と単位円との交点を P_n とする。 $\theta_1 = 0$ のとき, 次の問いに答えよ。

問 1 $\{\theta_n\}$ は等差数列とする。 $P_1, P_2, \dots, P_{10}$ が単位円の周上を正の向きにちょうど 1 周して $P_{10} = P_1$ となるとき, 数列 $\{\theta_n\}$ の公差を求めよ。

問 2 $\{\theta_n\}$ は, $\theta_{n+1} - \theta_n = n + d$ を満たす数列とする。 $P_1, P_2, \dots, P_k$ ($k \geq 2$) が単位円の周上を正の向きにちょうど 1 周して $P_k = P_1$ となるとき, d を k を用いて表せ。

問 3 $\{\theta_n\}$ は, 問 2 の数列とする。 $k = 6$ のとき, $P_n = P_1$ を満たす n ($n \geq 7$) をひとつ求めよ。

第 3 問 座標空間の原点を O とし, 2 点 $A(2, -1, 4)$, $B(k, -k, 2)$ について, 線分 AB を $1:4$ に内分する点を P とする。このとき, 次の問いに答えよ。ただし, k は定数で $k > 0$ とする。

問 1 点 P の座標を k を用いて表せ。

問 2 直線 AB と直線 OP が直交するとき, k の値を求めよ。

問 3 問 2 で求めた k について, $\triangle OAB$ の面積を求めよ。

第 4 問 関数 $f(x)$ を, $x \leq 1$ のとき $f(x) = x^2$ と定め, $x > 1$ のとき $f(x) = 2x - 1$ と定める。さらに, 実数 t に対して

$$g(t) = \int_t^{t+3} f(x) dx$$

と定めるとき, 次の問いに答えよ。

問 1 $g(0)$ を求めよ。

問 2 $g(t)$ を t の式で表せ。

問 3 関数 $g(t)$ の $-3 \leq t \leq 3$ における最大値, 最小値を求めよ。

第 5 問 n を自然数とし、行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ の n 個の積を

$$A^n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix}$$

とする。 $ad - bc = 3$ のとき、次の問いに答えよ。ただし、 $a_1 = a$,
 $b_1 = b$, $c_1 = c$, $d_1 = d$ である。

問 1 $a_n d_n - b_n c_n = 3^n$ を数学的帰納法によって証明せよ。

問 2 $a + d = 1$ のとき、 $a_3 + d_3$ を求めよ。

問 3 $a + d = 0$ のとき、 $a_n + d_n$ を求めよ。

第 6 問 座標平面上に、点 $(0, 1)$ を中心とする半径 1 の円と点 $P(0, h)$
($0 < h < 2$) がある。点 P を通る直線 $y = h$ と円との交点で第 1 象限
にあるものを Q とする。曲線 $C: y = \alpha x^2$ は点 Q を通るとし、 y 軸と
曲線 C および線分 PQ で囲まれた部分を図形 A とする。次の問いに
答えよ。

問 1 α を h を用いて表せ。

問 2 図形 A の面積 S を h の式で表し、 S の最大値を求めよ。

問 3 図形 A を y 軸の周りに 1 回転してできる立体の体積 V を h の式
で表し、 V の最大値を求めよ。

問 4 S, V は、それぞれ問 2、問 3 で求めたものとする。 $X = \frac{V}{2\pi S}$
とおくとき、 X の最大値を求めよ。